

## Лабораторная работа №6

### Моделирование системы автоматического регулирования смесителя

**Цель работы:** Исследовать смеситель как объект регулирования, выбрать структуру системы регулирования и рассчитать оптимальные настройки, оценить качество разработанной системы.

#### Задание:

1. Записать материальный баланс смесителя, получить передаточную функцию по каналу расход-концентрация. Построить кривую разгона.
2. Оценить частотные характеристики системы регулирования. Рассчитать настройки по приближенным формулам.
3. Смоделировать систему регулирования, состоящую из объекта регулирования (смесителя) и ПИД – регулятора. Построить график процесса регулирования.
4. Оценить качество системы регулирования.
5. Вычислить оптимальные настройки регулятора.

#### 1.1 Теоретические сведения

Математическое моделирование, т.е. выбор структуры системы автоматического регулирования и расчет оптимальных параметров регуляторов является важным этапом проектирования систем регулирования реальных технологических процессов.

Объект регулирования характеризуется следующими группами параметров:  $X$  – регулируемые воздействия;  $Y$  – переменные, характеризующие состояние процесса;  $Z$  – возмущения.

В реальных условиях возникает задача стабилизации или регулирования  $Y$  посредством изменения  $X$  для компенсации  $Z$ .

Анализ технологического процесса как объекта регулирования включает оценку статических и динамических его свойств по каждому каналу регулирования (т.е. канала от каждого управления и возмущения к каждому параметру состояния) с целью построения одноконтурных систем регулирования.

Характеристикой канала регулирования является передаточная функция, т.е. отношение выходного и входного сигналов, преобразованных по Лапласу:  $W(p) = \frac{y(p)}{x(p)}$ .

При моделировании систем автоматического регулирования требуется выбрать структуру системы, т.е. определить канал регулирования и его передаточную функцию, и вторая задача: выбрать структуру регулятора и рассчитать числовые значения его параметров (настроек).

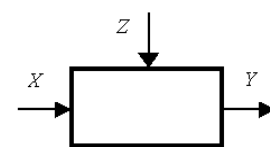
На практике используются следующие типовые законы регулирования:

- пропорциональный (П) с передаточной функцией  $R(p) = -s_1$ ,
- интегральный (И)  $R(p) = -\frac{s_0}{p}$ ,
- пропорционально-интегральный (ПИ)  $R(p) = -s_1 - \frac{s_0}{p}$
- пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД)  $R(p) = -s_1 - \frac{s_0}{p} - s_2p$ .

В теории автоматического регулирования разработаны методы расчета систем регулирования с учётом критериев качества, а также приближенные методы, например, метод Циглера-Никольса.

*Математическое описание объекта регулирования.*

В смеситель поступают два потока: расхода  $G_1$  с концентрацией  $c_{A1}$  и расхода  $G_2$  с концентрацией  $c_{A2}$ , выходной поток имеет концентрацию  $c_A$ .



Материальный баланс смесителя:  $G_1 c_{A1} + G_2 c_{A2} - (G_1 + G_2) c_A = \frac{dc_A}{dt} V$ .

Линеаризуем в небольшом диапазоне при помощи разложения в ряд Тейлора с учетом первых членов и запишем в отклонениях:  $\frac{\partial \Phi}{\partial G_1} \Delta G_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial c_A} \Delta c_A = V \frac{d\Delta c_A}{dt}$ .

Начальные условия  $G_1 = G_1^0, c_A = c_A^0$ . Получим  $(c_{A1} - c_A) \Delta G_1 + (G_1 + G_2) \Delta c_A = V \frac{dc_A}{dt}$ .

Преобразуем по Лапласу:  $L\{\Delta G_1\} = x(p), L\{\Delta c_A\} = y(p)$ , тогда  $k_1 x(p) - k_2 y(p) = V p y(p)$ .

Передаточная функция:  $W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k_1}{V * p + k_2}$ .

С учетом исходных данных:  $G_1 = 1 \text{ м}^3/\text{ч}, G_2 = 3 \text{ м}^3/\text{ч}, c_{A1} = 0,5 \text{ кг}/\text{м}^3, c_A = 1,5 \text{ кг}/\text{м}^3$

$k_1 = (c_{A1} + c_A), k_2 = (G_1 + G_2), V = 5 \text{ м}^3$ .  $W(p) = \frac{k}{T * p + 1}, k = \frac{k_1}{k_2}, T = \frac{V}{k_2}$ .

Модель принята с допущением идеального смешения потоков на практике наблюдается запаздывание  $\tau = 1,2$ .

Кривую разгона требуется построить во временной области.  $y(p)(Tp + 1) = x(p)ke^{-p\tau}$   
 $Ty'(t) + y(t) = kx(t - \tau)$

$$y'(t) = \frac{y(t) - y(t - \Delta t)}{\Delta t}$$

Заменяем производную разностью на интервале квантования:

Для удобства программирования итерационных вычислений запишем в виде:  
 $y(i) = ay(i-1) + bx(i-m)$   
 $t \frac{y(i) - y(i-1)}{\Delta t} + y(i) = kx(i-m)$  или  $a = \frac{T}{T + \Delta t}, b = \frac{k\Delta t}{T + \Delta t}, m = \frac{\tau}{\Delta t}$ .

*Приближенный расчет настроек регулятора.*

Расчет настроек в соответствии с методом незатухающих колебаний Циглера-Никольса для ПИ или ПИД регуляторов проводится в два этапа:

1. Расчет критической настройки пропорциональной составляющей  $S_1^{кр}$  ( $S_2 = S_0 = 0$ ), при которой АСР будет находиться на границе устойчивости, и соответствующей ей частоте  $\omega^{кр}$ .

$$\begin{cases} M_{p.c}(i\omega) = 1 \\ \varphi_{p.c}(i\omega) = 0 \end{cases} \text{ - АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы}$$

2. Определение по  $S^{кр}$  и  $\omega^{кр}$  оптимальных настроек  $S_1^* S_0^* S_2^*$ , обеспечивающих степень затухания  $\psi = 0.8 - 0.9$ , по приближенным формулам.

Приближенные значения оптимальных настроек рассчитываются по следующим формулам:

Для П- регулятора:  $S_1^* = 0.5 S^{кр}$ .

Для ПИ- регулятора:  $S_1^* = 0.45 S^{кр}, S_0^* = 0.086 S^{кр} \omega^{кр}$ .

Для ПИД регулятора  $S_1^* = 0.6 S^{кр}, S_0^* = 0.192 S^{кр} \omega^{кр}, S_2^* = 0.471 S^{кр} / \omega^{кр}$ .

*Синтез системы автоматического регулирования.*

Сигнал  $u$ , полученный с объекта регулирования, сравнивается с заданием  $y_z$ , в результате чего вырабатывается рассогласование  $e = y - y_z$ , которое подается на вход регулятора. Регулятор вырабатывает управляющее воздействие  $u$ , которое корректирует входной сигнал:  $x = x_0 + u$ .

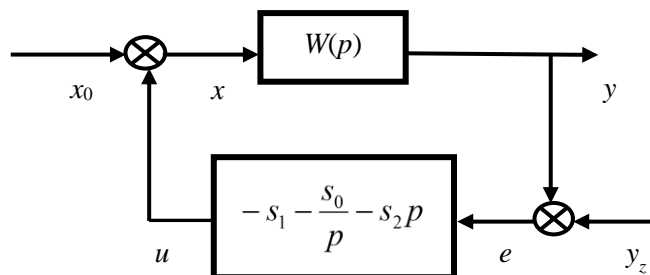


Рисунок 1 Схема системы регулирования

Полученная разность подается на вход объекта, на выходе которого получается новое значение переменной  $y$ . Процедура воздействия продолжается до тех пор, пока при постоянном  $x_0$  величина  $e$  не станет равной нулю.

Запишем алгоритм управления системой с ПИД регулятором по разностной схеме:

$$x_i = x_0 + u_{i-1}; y_i = ay_{i-1} + bx_{i-m}; e_i = y_i - y_z;$$

$$u_i = -s_1 e_i - \frac{s_2 (e_i - e_{i-1})}{dt} - s_0 \sum_{j=1}^i dt e_j \text{ где } a, b, m - \text{параметры модели; } s_0, s_1, s_2 - \text{настройки регулятора.}$$

*Оценка качества системы регулирования.*

При оценке качества систем регулирования используют интегральные критерии с учетом добавочного ограничения на запас устойчивости системы.

$$\text{Интегральный квадратичный критерий: } I_1 = \int_0^{\infty} (y(t) - y_z)^2 * dt .$$

$$\text{Модульный критерий: } I_2 = \int_0^{\infty} |y(t) - y_z| * dt .$$

$$\text{Интегральный квадратичный критерий с учетом времени: } I_3 = \int_0^{\infty} (y(t) - y_z)^2 * t * dt .$$

В практических расчетах запас устойчивости удобно характеризовать показателем колебательности системы; его значение для систем, имеющих интегральную составляющую в законе регулирования, определяется максимумом амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы.

Степень колебательности  $m$  относится к корневым критериям качества систем регулирования и определяется по корням характеристического уравнения. В нашем случае удобнее воспользоваться степенью затухания  $\psi$  :  $\psi = \frac{y_1 - y_3}{y_1}$  .

$$\psi = \frac{y_1 - y_3}{y_1} .$$

Между этими двумя показателями существует связь:  $\psi = 1 - e^{-2\pi m}$  .

## 1.2 Пример расчета в MathCAD

1 Задаём исходные данные для смесителя. Получаем передаточную функцию по каналу расход – концентрация.

$$g1 := 1 \quad g2 := 3 \quad c_{a1} := 0.5 \quad c_a := 1.5$$

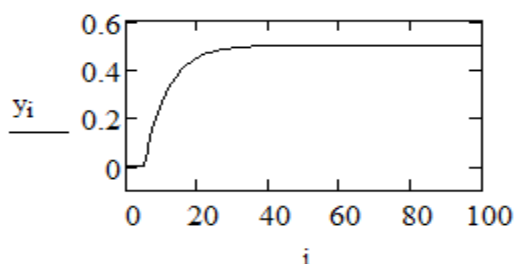
$$v := 5 \quad k1 := c_{a1} + c_a \quad k2 := g1 + g2$$

$$k := \frac{k1}{k2} \quad k = 0.5 \quad t := \frac{v}{k2} \quad \tau := 1.2 \quad dt := 0.2$$

$$n := 100 \quad m := \text{floor}\left(\frac{\tau}{dt}\right) \quad w(s) := \frac{k \cdot e^{-\tau \cdot s}}{t \cdot s + 1}$$

2 Строим кривую разгона объекта регулирования.

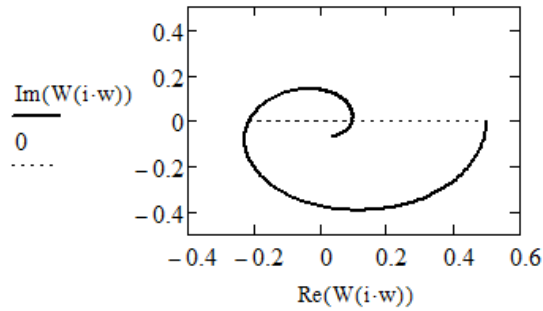
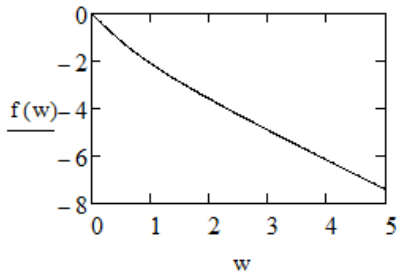
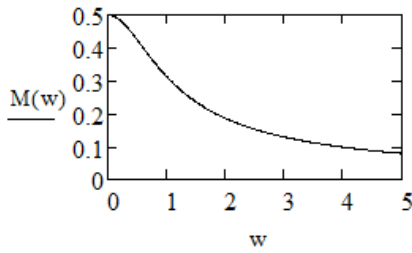
$$a := \frac{t}{(t + dt)} \quad b := \frac{k \cdot dt}{(t + dt)} \quad y_0 := 0 \quad y_i := \left[ \text{if} \left[ i \leq m, 0, a \cdot y_{(i-1)} + b \right] \right]$$



3 Исследуем частотные характеристики системы регулирования.

$$W(w) := \frac{k \cdot e^{-\tau \cdot w}}{t \cdot w + 1} \quad M(w) := \frac{k}{\sqrt{(t \cdot w)^2 + 1}} \quad f(w) := -\tau \cdot w - \text{atan}(t \cdot w)$$

$w := 0, 0 + 0.01 \dots 5$   
 $i := \sqrt{-1}$



4 Рассчитать настройки регулятора по приближенным формулам Циглера – Никольса.

$$W_p = -s_1 \quad f(w) := -\tau \cdot w - \text{atan}(t \cdot w) \quad M_{p.c}(w) = 1 \quad M(w) \cdot s_1 = 1$$

$$f_{p.c}(w) := f(w) + \pi \quad f_{p.c}(w) = 0 \quad f(w) + \pi = 0$$

$$w_{kp} := 1 \quad \text{root}(f_{p.c}(w_{kp}), w_{kp}) = 1.679$$

$$M(w_{kp}) = 0.312 \quad S_{kp} := \frac{1}{M(w_{kp})} \quad S_{kp} = 3.202 \quad s_{d1} := 0.6 \cdot S_{kp} \quad s_1 = 1.921$$

$$s_0 := 0.192 \cdot S_{kp} \cdot w_{kp} \quad s_0 = 0.615 \quad s_2 := 0.471 \cdot \frac{S_{kp}}{w_{kp}} \quad s_2 = 1.508$$

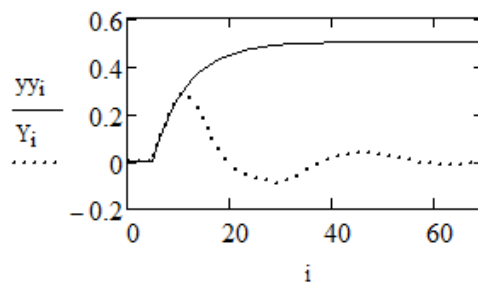
5 Исследовать систему регулирования, состоящую из объекта регулирования и регулятора, выбранного типа.

6 Построить график процесса регулирования.

$$i := 0 \dots 70 \quad yy_0 := 0 \quad \text{TOL} := 10^{-6}$$

$$yz := 0 \quad xz := 1 \quad yy_i := \left[ \text{if} \left[ i \leq m, 0, a \cdot yy_{i-1} + b \right] \right]$$

$$Y := \begin{cases} Y_0 \leftarrow 0 \\ u_0 \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1 \dots 100 \\ \quad x_i \leftarrow xz + u_{i-1} \\ \quad Y_i \leftarrow \text{if} \left[ i \leq m, 0, (a \cdot Y_{i-1}) + b \cdot x_i - m \right] \\ \quad \epsilon_i \leftarrow Y_i - yz \\ \quad u_i \leftarrow -s_1 \cdot \epsilon_i - s_0 \cdot \sum \epsilon - \frac{s_2 \cdot (\epsilon_i - \epsilon_{i-1})}{dt} \end{cases}$$



7 Рассчитать числовые значения критериев качества.

$$I1 := \sum_i \left[ dt \cdot (Y_i)^2 \right] \quad I1 = 0.117 \quad I2 := \sum_i (|Y_i| \cdot dt) \quad I2 = 0.777$$

8 Уточнить оптимальные настройки системы регулирования.

$$s0 := 0.2, 0.4..1$$

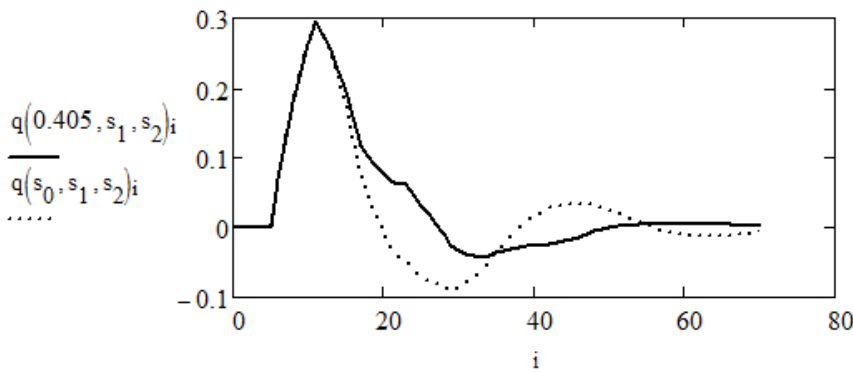
$$\sum_i \left[ (q(s0, 1.9, 1.5))_i^2 \cdot dt \right] = \quad s0 := 0.6$$

Given

$$\sum_i \left[ (q(s0, 1.9, 1.5))_i^2 \cdot dt \right] = 0.14$$

Minerr(s0) = 0.758

0.171
0.118
0.117
0.152
0.306



Произведен поиск одной из настроек регулятора при фиксированных остальных. Другие настройки можно уточнить с использованием аналогичной процедуры. Рекомендуется также учитывать степень затухания в комплексе с одним из интегральных критериев.

Таблица 1

Исходные данные

	$G_1$	$G_2$	$c_{A1}$	$c_{A2}$	$\tau$	Тип регул
1	1	3	0.5	1.5	1.1	П
2	2	2	1	1	1.2	ПИ
3	3	1	0.5	1.5	1.3	ПД
4	2	2.5	1.5	1.2	1.5	ПИД
5	2.5	2.5	1.7	1.8	1.6	П
6	3.5	2	0.7	1	1.7	ПИ
7	1	3	1	1	1.4	ПД
8	2	2	0.5	1.7	1.1	ПИД
9	3	1	1	1.3	1.2	И
10	1	3	0.9	1.5	1.4	П
11	2	3.5	1.7	2.1	1.6	ПИ
12	2.5	2.5	2.1	1.2	1.8	ПД
13	3.5	2	1.7	2.0	2.0	ПИД
14	2	2	1.2	1.5	1.4	ПИ
15	3	1	0.75	1.5	0.9	И
16	1	3	1.1	1.3	1.2	П
17	2	2	0.9	1.5	0.7	ПД
18	3	1	1.5	1.2	0.8	ПИД