

Основы теории управления

д.т.н. Мокрова Наталия Владиславовна

пятница	ауд. 125, 119
14:35 - 16:05	Лекция
16:20 - 17:50	Лабораторная работа

Цели и задачи курса

Цель курса: освоить основные понятия теории управления, изучить математическое описание объектов управления и типовых законов управления, характеристики типовых динамических звеньев;

научиться анализировать устойчивость и качество систем управления; изучить сущность структурного и параметрического синтеза систем управления, состав, особенности и анализ цифровых систем управления.

Теория управления направлена на решение задач анализа и синтеза систем управления, применима к решению указанных задач в технике, биологии, социологии и др.

История:

В I веке до н. э. греческий математик и механик Герон Александрийский в трактате «Пневматика» описал механизмы, приводимые в движение нагретым или сжатым воздухом.

В XIII в. немецкий алхимик Альберт фон Больштодт построил железный человека – работа для открывания и закрывания дверей.

К первым промышленным автоматическим устройствам относятся регулятор уровня воды в котле паровой машины И. И. Ползунова (1765 г.), регулятор скорости паровой машины Уатта (1784 г.), система программного управления от перфоленты ткацким станком Жанкара (1804 - 1808 г.) и т.д.

К середине XX в. автоматика постепенно внедряется во все области техники и захватывает разнообразнейшие процессы.

Литература

- Лукас В.А. Теория автоматического управления. – М.: Недра, 1990. – 416 с.
- Теория автоматического управления. Часть 1. Теория линейных систем автоматического управления / Под ред. Воронова А.А. – М.: Высшая школа, 1986. – 367 с.
- Теория автоматического управления. Часть 1 / Под ред. Нетушила А.В. – М.: Высшая школа, 1976. – 400 с.
- Дудников Е.Г. Основы автоматического регулирования тепловых процессов. – М.: Госэнергоиздат, 1956. – 264 с.
- Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем. – М.: Наука, 1977. – 560 с.
- Ротач В.Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами: Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 296 с.
- Софиева Ю.Н., Софиев А.Э. Теория управления: Конспект лекций. – М.: МГУИЭ, 2002. – 184 с.
- Моделирование систем автоматического управления с использованием программой среды MATLAB/Simulink. Лабораторный практикум: учеб. пособие / П.Г. Михайлова, А.Ф. Егоров. – М.: РХТУ им. Д.И. Менделеева, 2016. – 76 с.
- Simulink Design Optimization // The MathWorks, Inc., 1994-2016.
<https://www.mathworks.com/help/sldo/index.html>

Основные понятия теории управления

- *Управление* есть специально организованное воздействие на объект управления с целью получения желаемого результата.
- Технологический аппарат, техническое устройство, производственный участок, производство и т.д., в которых протекает управляемый технологический процесс или управляемый процесс преобразования информации, носит название *объекта управления*.
- Устройство или средство, вырабатывающее управляющий сигнал на объект управления, называется *управляющим устройством*, или *средством управления*.
- Информация о состоянии объекта управления передается в управляющее устройство через средства информации.
- Управляющий сигнал, выработанный управляющим устройством, воздействует на объект управления через *органы управления*.
- Совокупность объекта управления, управляющего устройства (средства управления), средств информации и органов управления образует *систему управления*.
- Рассматриваем технические системы, в которых объект и средства управления являются техническими устройствами.

Структурная схема системы управления



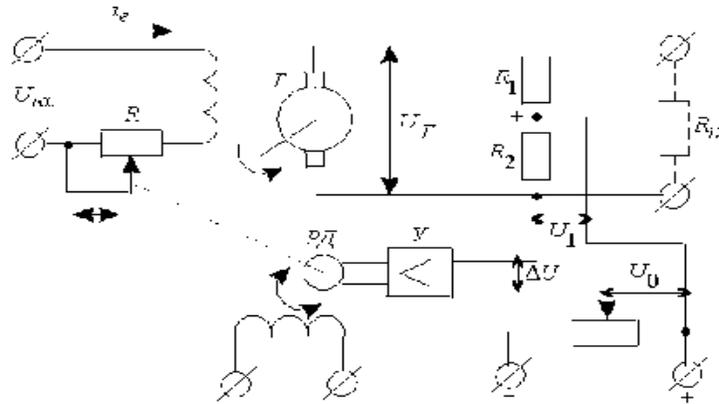
Основными элементами системы автоматического регулирования являются *объект* и *регулирующее устройство*.

- Y – управляемая величина (выход объекта);
- X – технологические параметры (входы объекта);
- Z – возмущающие воздействия;
- U – регулирующее воздействие.

Основные понятия теории управления

- Алгоритм функционирования устройства (системы) – совокупность предписаний, ведущих к правильному выполнению технологического процесса в каком-либо устройстве или в совокупности устройств (системе).
- Алгоритм функционирования управляющего устройства есть *алгоритм управления*. Он является совокупностью предписаний, определяющих характер воздействия на объект управления с целью осуществления его алгоритма функционирования.
- Обычно управление не может полностью компенсировать влияние внешней среды в виде возмущающих воздействий Z , поэтому алгоритм функционирования управляемого объекта выполняется лишь приближенно.
- Управляемой величиной Y может служить физическая величина, которая либо измеряется (непосредственно на выходе объекта), либо вычисляется по нескольким измеряемым величинам. Управляемыми величинами первого типа являются, например, напряжение, температура, число оборотов (скорость). Примером величин второго типа служит коэффициент полезного действия энергетической установки.

Пример объекта управления



Система управления напряжением генератора постоянного тока

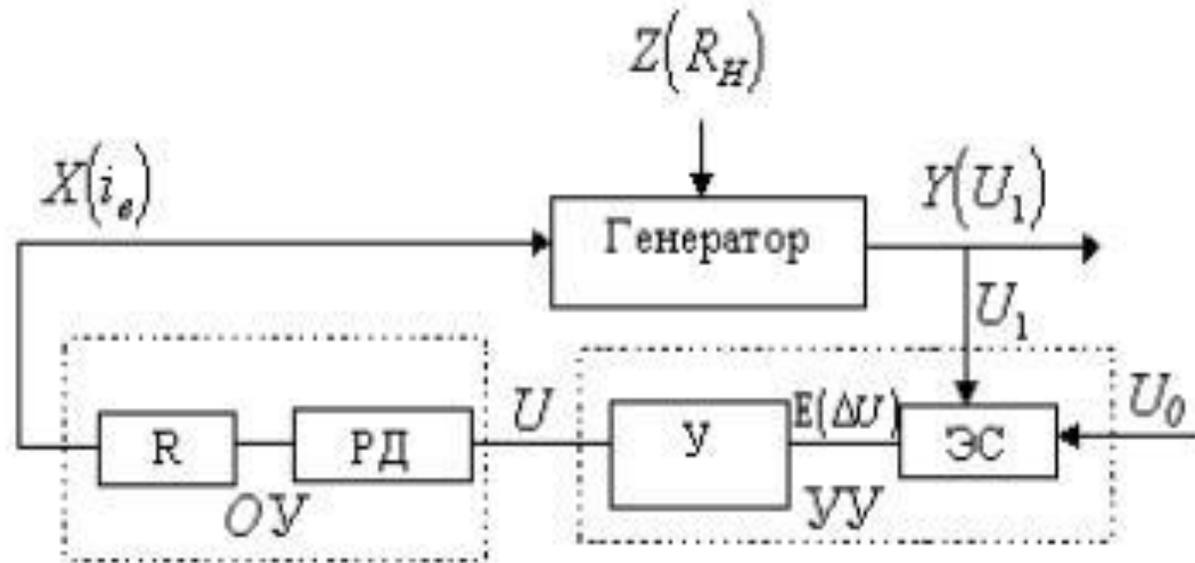
При изменении нагрузки R_H напряжение U_1 будет изменяться. При этом будет изменяться сила тока, протекающего через делитель напряжения R_1 и R_2 .

От постоянного источника питания формируется заданное U_0 напряжение. На вход делителя Y поступает сигнал, равный величине разности между заданным значением U_0 и значением падения напряжения на резисторе R_2 (сигнал рассогласования ΔU).

В зависимости от знака ΔU реверсивный двигатель изменяет сопротивление R в цепи возбуждения генератора, изменяя величину силы тока i_e .

Например, с увеличением нагрузки R_H , ток i_e будет возрастать, восстанавливая с определенной точностью U_1 .

Структурная схема системы управления



Структурная схема системы управления напряжением генератора постоянного тока

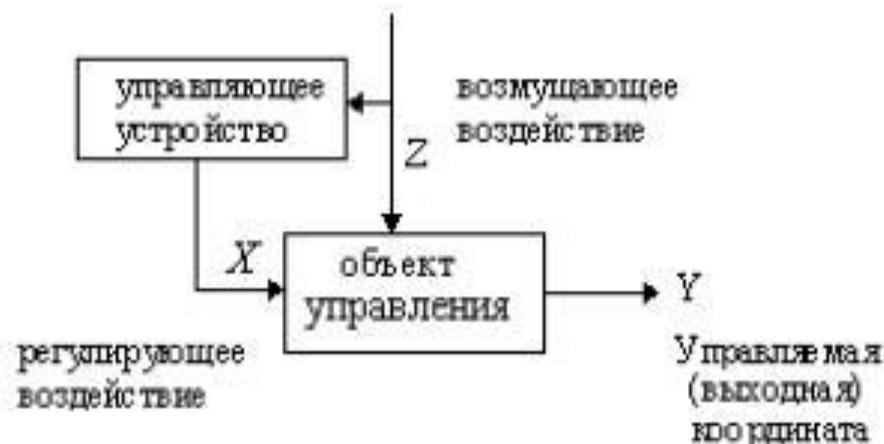
Структурной схемой (или блок-схемой) в автоматике называют условное изображение, в которой отдельные элементы системы изображают прямоугольниками, а связи – стрелками, показывающими направление передачи сигналов информации.

При управлении реализуются два основных принципа:

- принцип управления по отклонению или управления по обратной связи;
- принцип управления по возмущению.

Основные принципы управления

При **управлении по отклонению** управляющее устройство изменяет управляющее воздействие при отклонении управляемой координаты от заданного значения независимо от причин, вызвавших это отклонение. Системы управления, построенные по этому принципу, являются замкнутыми.



При **управлении по возмущению** управляющее воздействие вырабатывается управляющим устройством в зависимости от величины возмущения. Системы управления по возмущению являются разомкнутыми системами, так как в них отсутствует обратная связь.

Особенности систем управления

- Управление *по возмущению* возможно в случае, если возмущающее воздействие можно измерить. Этот принцип управления в своей основе содержит компенсацию возмущающего воздействия и обеспечивает инвариантность (независимость) управляемой координаты от возмущающего воздействия.
- Системы, построенные по принципу *компенсации возмущений*, не могут компенсировать все возможные возмущения в объекте управления, так как все их невозможно измерить. Управляющие устройства для обеспечения компенсации не всегда могут быть физически реализованы. Наличие нестабилизируемых возмущений (колебание атмосферных условий, закоксовывание нагревательных печей, отложение солей в теплообменниках и т.п.) приводит к отклонению регулируемого параметра от заданного значения.
- Системы управления, построенные по принципу *обратной связи*, не имеют этого недостатка, т.к. в этом случае управляющее устройство стремится компенсировать отклонение управляемой величины от задания независимо от того, какими причинами вызвано это отклонение. Однако в этих системах трудно одновременно выполнить условия точности, устойчивости и высокого быстродействия.
- Наиболее эффективными системами управления являются *комбинированные* системы управления, сочетающие оба принципа управления. В таких системах основное, наиболее сильное, измеряемое возмущение компенсируется специальным управляющим устройством, а устранение отклонения управляемой величины, вызванного другими неизмеряемыми возмущающими воздействиями, осуществляется контуром управления с обратной связью.

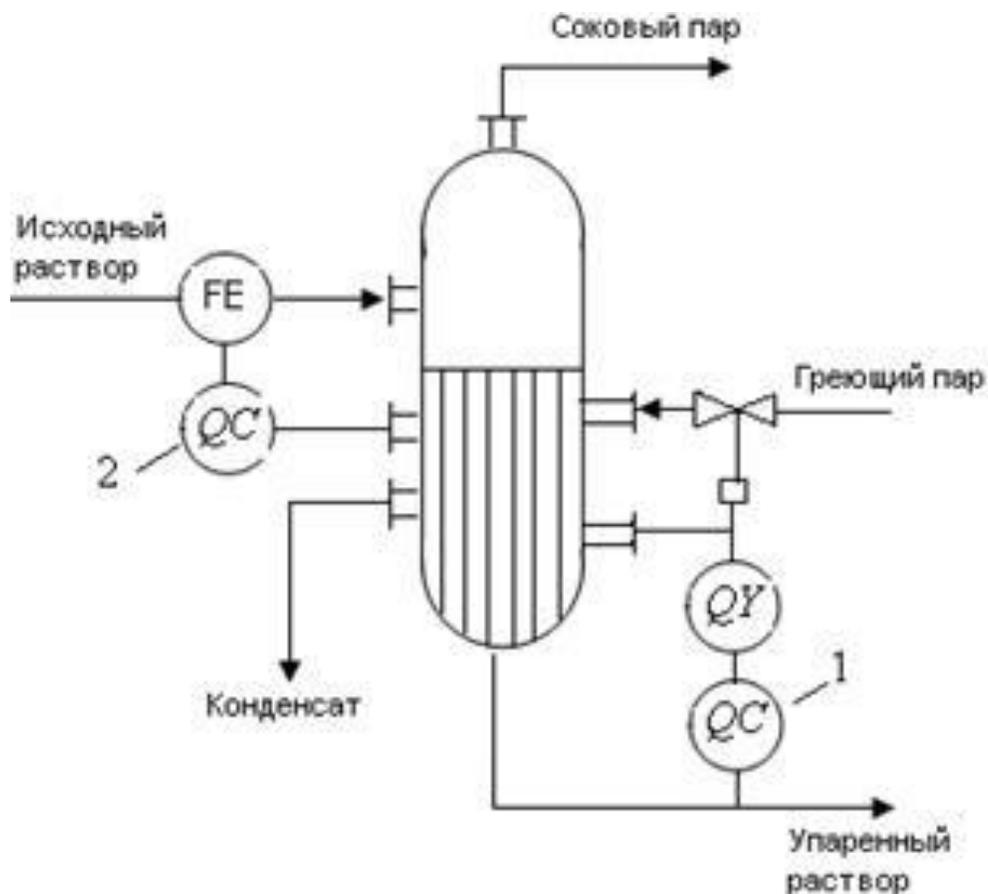
Структурная схема комбинированной системы

В зависимости от способа формирования сигнала задания различают три типа систем управления:

- системы стабилизации, в которых $Y_{зад} = const$;
- системы программного управления, в которых задание регулятору изменяется во времени по заранее заданной программе;
- следящие системы, в которых задание управляющему устройству изменяется в зависимости от какого либо другого параметра, то есть управляемая координата «следит» за изменением этого параметра. управления



Пример комбинированной системы регулирования



Одним из наиболее сильных возмущений является расход питания.

Основная задача регулирования – стабилизация концентрата упаренного раствора за счёт изменения расхода греющего пара – выполняется регулятором 1.

Кроме сигнала регулятора, на клапан, регулирующий подачу пара, через динамический компенсатор 2 поступает корректирующий импульс по расходу питания.

Схема автоматизации выпарной установки

Основные задачи теории управления

Задачами теории управления являются:

- а) анализ системы управления;
- б) синтез системы управления.

Анализ системы управления состоит в определении устойчивости и качества системы управления при закрепленной структуре и зафиксированных значениях настроечных параметров системы.

Синтез системы управления состоит в выборе такой структуры и таких значений настроечных параметров, при которых система управления удовлетворяет заданным требованиям по устойчивости и качеству управления.

Для решения этих задач составляется математическое описание объекта управления и системы управления.

Классы объектов регулирования

Все системы управления и регулирования делятся по различным признакам основные классы.

1. По принципу действия:

разомкнутые системы;

замкнутые системы;

комбинированные системы;

адаптивные системы

2. По виду задающего воздействия $g(t)$:

системы стабилизации, если $g(t) = \text{const}$;

системы программного управления, $g(t)$ – наперед заданная функция времени;

следящие системы, если $g(t)$ – случайная величина.

3. По характеру передачи сигналов:

непрерывные системы, такие, у которых все координаты или переменные являются непрерывными функциями времени;

дискретные системы, в составе которых имеется хотя бы один квантователь сигналов по времени.

4. По числу управляемых величин.

одномерные системы, имеют одну управляемую величину;

многомерные или многосвязные системы, имеющие много входов и выходов.

Классы объектов регулирования

5. По математическому описанию:

линейные системы;

нелинейные системы.

Линейные системы описываются линейными уравнениями (алгебраическими и дифференциальными или разностными). Если система описывается ОЛДУ с постоянными коэффициентами, то систему называют обыкновенной линейной системой. Закон управления линейной системы формируется линейными математическими операциями.

Необходимые и достаточные условия линейности системы:

- в установившемся процессе выходной сигнал должен в некотором масштабе повторять входной сигнал;
- сумме двух входных воздействий должна соответствовать сумма соответствующих выходных переменных.

К линейным системам применим принцип суперпозиции, в соответствии с которым выходной сигнал линейной системы на любое произвольное входное воздействие можно определить через ее реакцию на определенное элементарное воздействие.

Нелинейные системы описываются нелинейными ДУ. Закон управления в такой системе представляет собой нелинейную функцию.

Классы объектов регулирования

6. По реакции системы на входное воздействие:

детерминированные системы – системы, отвечающие на один и тот же входной сигнал всегда одним и тем же вполне определенным выходным сигналом;

стохастические системы, у которых реакция на входное воздействие представляет собой случайный выходной сигнал в соответствии с некоторым распределением вероятностей;

стационарные системы, реакция которых не зависит от момента времени подачи входного воздействия;

нестационарные системы, реакция которых зависит от момента приложения входного воздействия.

7. По виду используемой энергии:

электрические системы, обладают удобством и легкостью обработки и передачи информации;

пневматические системы, используют энергию сжатого газа и обеспечивают высокое быстродействие;

гидравлические системы, используют энергию жидкости и обеспечивают высокую мощность;

электропневматические системы;

электрогидравлические системы.

Математическое описание элементов системы управления

Составление математического описания конструктивного элемента системы управления состоит из следующих последовательно выполняемых процедур:

- принятие определенных допущений,
- выбор входных и выходных переменных,
- выбор системы отсчета для каждой переменной,
- применение физического принципа, отражающего в математической форме закономерности преобразования энергии или вещества.

Рассматриваем элементы, в которых процессы преобразования энергии строго ориентированы и передаются только в определенном направлении, т.е. обладают детектирующим свойством, поэтому выходная величина элемента не влияет на входную.

Наиболее распространенной формой описания передаточных свойств систем управления и их элементов являются обыкновенные дифференциальные уравнения.

Способы математического моделирования

Экспериментальный – уравнение объекта получают путем постановки специального эксперимента на объекте с последующей обработкой его результатов (*метод активного эксперимента*), либо статистической обработкой результатов длительной регистрации входных и выходных координат объекта в условиях его нормальной эксплуатации (*метод пассивного эксперимента*).

Аналитический – описание уравнения объекта получают на основе анализа физико-химических закономерностей протекающих в нем процессов.

Экспериментально-аналитический – путь получения математического описания подразумевает составление уравнений аналитическим методом с последующим определением коэффициентов этих уравнений экспериментальным путем.

Уравнения объектов автоматического регулирования в зависимости от описываемого ими режима работы объекта подразделяют на уравнения статики и уравнения динамики.

Математическое описание ОУ

Общая структура диф. уравнения, описывающего элементарный процесс, протекающий в некотором динамическом объекте:

Скорость накопления вещества (энергии) в объёме	=	Приток вещества (энергии) в единицу времени	-	Отвод вещества (энергии) в единицу времени	+	Образование вещества (энергии) в объёме в ед. времени
--	----------	--	----------	---	----------	--

Математическое описание технологического объекта –
система диф. уравнений вида:

$$\frac{dY_i}{dt} = f_i(X, Y, a), \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

X, Y, a – векторы входных, выходных координат и параметров объекта;

n – число элементарных процессов, определяющих размерность вектора Y и порядок системы уравнений.

Математическое описание ОУ

Система диф. уравнений в частных производных (зависимость выходных координат от времени и пространственных координат):

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} + v \frac{\partial Y_i}{\partial l} = f_i(X, Y, a), \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

v – линейная скорость;

l – пространственная переменная.

Уравнения статики:

$$f_i(X, Y, a) = 0, \quad i = \overline{1, n},$$

или

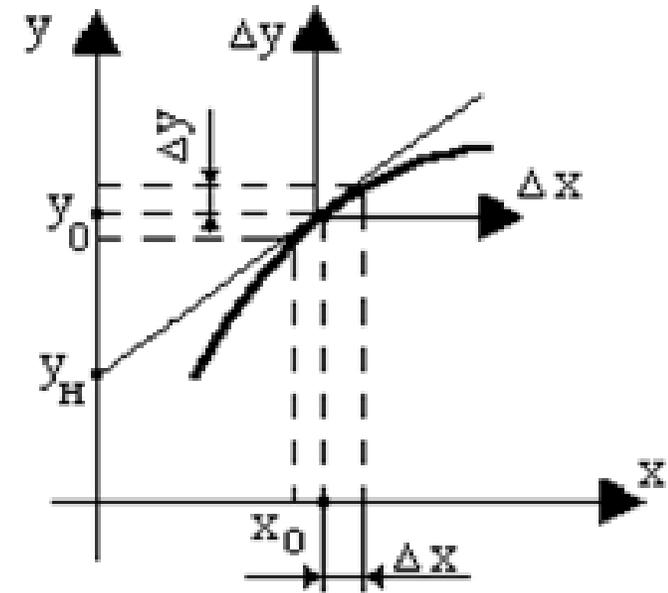
$$v \frac{Y_i}{l} = f_i(X, Y, a), \quad i = \overline{1, n},$$

Линеаризация дифференциальных уравнений

Реальные элементы имеют нелинейные характеристики и описываются нелинейными ДУ.

Нелинейные элементы можно линеаризовать, заменив нелинейные уравнения элемента приближенными линейными, и использовать для анализа и синтеза систем управления методы теории линейных систем, которые наиболее просты и хорошо разработаны.

В основе линеаризации нелинейных уравнений лежит предположение, что в исследуемом динамическом процессе переменные координаты системы изменяются таким образом, что их отклонения от установившихся значений остаются все время достаточно малыми величинами, что выполняется для замкнутых систем, так как последние работают по принципу ликвидации ошибки.



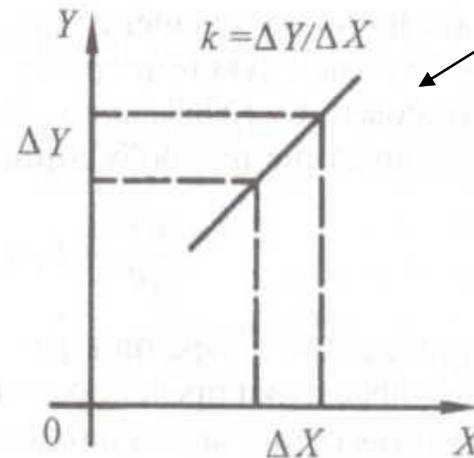
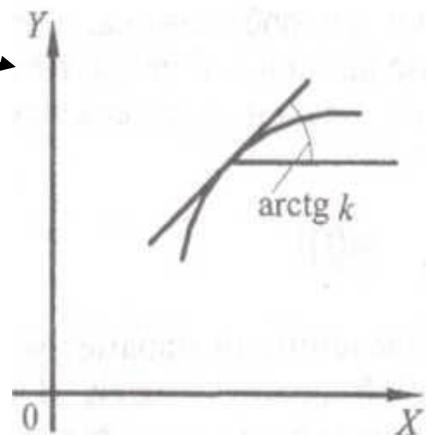
Геометрическая интерпретация линеаризации

Статические характеристики объектов

Статические характеристики ОУ отражают связь между входными и выходными координатами в установившихся режимах. В простейшем случае для объекта с одним входом, одним выходом статической характеристикой является функция $Y = f(X)$, в общем случае нелинейная.

Основным показателем статической характеристики объекта с сосредоточенными параметрами является **коэффициент усиления** (k), который равен производной от функции, описывающей статическую характеристику $k = \frac{dY}{dX}$.

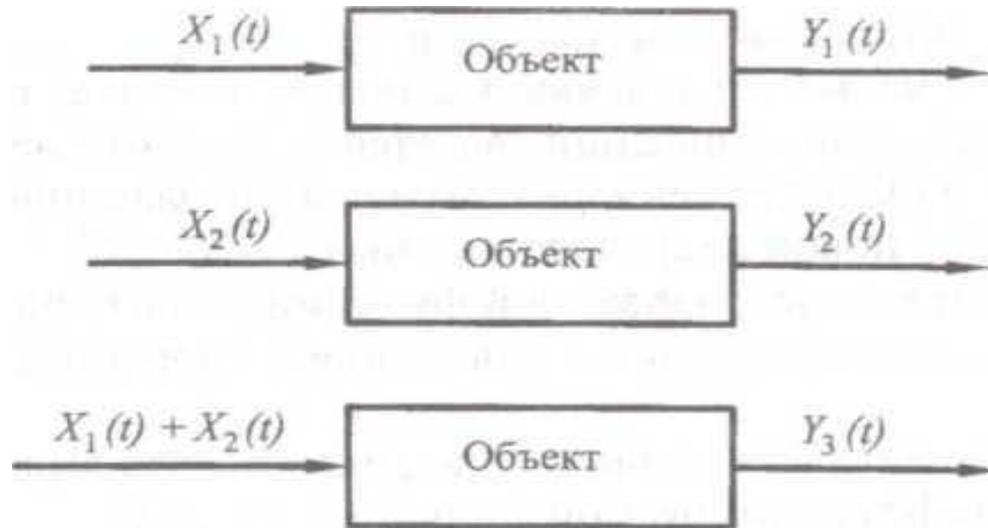
- для объектов с нелинейными характеристиками коэф. усиления зависит от входной координаты, и является переменной величиной.



- для объектов с линейными статическими характеристикам коэффициент усиления – величина постоянная.

Линейные системы автоматического регулирования

Принцип суперпозиции



Линейными называются объекты, подчиняющиеся принципу суперпозиции. Выполнение принципа необходимо в установившихся режимах и в переходных процессах. Поэтому линейность статических характеристик является необходимым, но не достаточным условием линейности объекта.

Методы линеаризации нелинейных объектов:

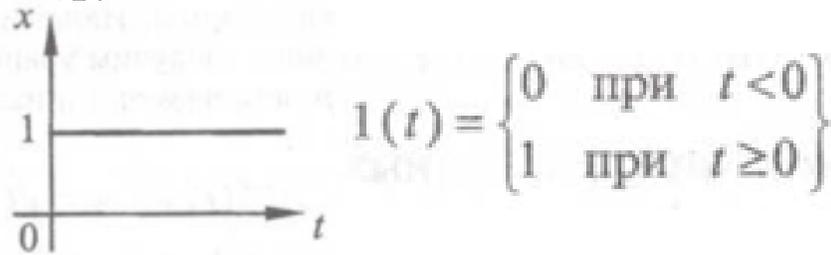
- метод малых отклонений;
- линеаризация в среднем;
- гармоническая линеаризация;
- статистическая линеаризация.

Точность системы регулирования, построенной по линейной модели объекта, будет существенно зависеть от погрешности линеаризации в рабочей области изменения координат объекта.

Динамические характеристики объектов регулирования

Для характеристики динамических свойств линейных объектов используются переходные процессы, соответствующие типовым входным сигналам.

Кривая разгона (или **переходная функция**) $h(t)$ – реакция объекта на входной сигнал в виде ступенчатой функции единично амплитуды $1(t)$, (функция Хевисайда).



Уравнение кривой разгона может быть получено как решение ДУ для $t > 0$ при постоянной правой части и нулевых начальных условиях.

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_0.$$

Импульсная переходная функция $g(t)$, (**весовая функция**), показывает реакцию объекта на единичный мгновенный импульс $\delta(t)$, называемый дельта-функцией, или функцией Дирака.

$\delta(t - t_0)$ удовлетворяет условиям:

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} 0, & \text{при } t \neq t_0 \\ \infty, & \text{при } t = t_0 \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

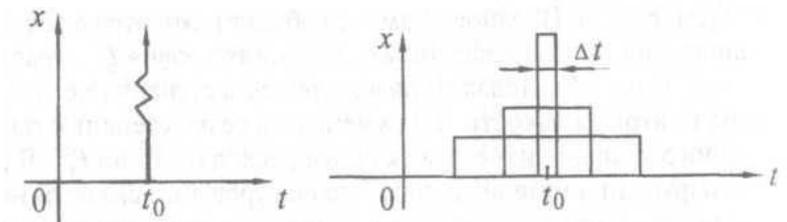


График и аппроксимация дельта-функции

Преобразование Лапласа

Функциональное преобразование Лапласа – специальный метод прикладного анализа.

Преобразованной по Лапласу функцией называется функция комплексного переменного

$$x(p) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt} dt$$

где $x(t)$ – исходная функция действительного переменного t , называемая оригиналом;

p – комплексная переменная, $p = \alpha + i\omega$; α, ω – действительные переменные, $i = \sqrt{-1}$.

Функция $x(p)$ называется изображением по Лапласу функции $x(t)$ и записывается в виде:

$x(p) = L\{x(t)\}$, где L – символ преобразования Лапласа.

Обратный переход от изображения к оригиналу осуществляется по формуле:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} x(p)e^{-pt} dp$$

где c – абсцисса сходимости функции $x(t)$.

Для большого числа функций, составлены таблицы соответствия между оригиналами и изображениями, облегчающие применение преобразования.

Основные свойства и теоремы преобразования Лапласа

1. Преобразование Лапласа – *линейная операция*.

$$L\{x_1(t) + x_2(t)\} = L\{x_1(t)\} + L\{x_2(t)\}$$

$$L\{cx(t)\} = cL\{x(t)\} \text{ для любых } x_1(t) \text{ и } x_2(t) \text{ и } c.$$

2. *Дифференцированию* оригинала соответствует умножение изображения на p .

$$L\{x'(t)\} = px(p)$$

3. *Интегрированию* оригинала соответствует деление изображения на p .

$$L\left\{\int_0^t x(\lambda)d\lambda\right\} = \frac{x(p)}{p}$$

3. *Теорема запаздывания*.

$$\int_0^\infty x(t - \tau)e^{-pt} dt = e^{-p\tau}x(p)$$

где τ – время запаздывания.

Основные свойства и теоремы преобразования Лапласа

5. *Теорема свертывания.* Сверткой двух функций $x_1(t) * x_2(t)$ называется интеграл от их произведения вида

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_0^{\infty} x_1(\lambda)x_2(t - \lambda)d\lambda$$

6. *Теорема о конечном значении функции.*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{p \rightarrow 0} px(p)$$

7. *Теорема о начальном значении функции.*

Если функция $px(p)$ имеет предел при $p \rightarrow \infty$, то

$$\lim_{t \rightarrow 0} x(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} px(p)$$

Использование преобразования Лапласа объясняется преимуществами этого метода перед прямым решением задач в области действительного переменного, изображения некоторых функций проще, чем их оригиналы.

Решение ДУ

Использование

преобразования Лапласа упрощает решение линейных ДУ, т.к. в области комплексного переменного ДУ преобразуется в алгебраическое, а оригиналы полученного решения находятся по таблицам.

Изображение $\mathcal{L}\{f(t)\}$	Оригинал $f(t)$	Изображение $\mathcal{L}\{f(t)\}$	Оригинал $f(t)$
1	$\delta(t)$	$\frac{1}{p(Tp+1)}$	$1 - e^{-\frac{t}{T}}$
$\frac{1}{p}$	$1(t)$	$\frac{1}{T^2 p^2 + 1}$	$\frac{1}{T} \sin \frac{1}{T} t$
$\frac{1}{p^2}$	$t \cdot 1(t)$	$\frac{1}{p(T^2 p^2 + 1)}$	$1 - \cos \frac{1}{T} t$
$\frac{1}{Tp+1}$	$\frac{1}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$	$\frac{1}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$	$\frac{1}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{t}{T_1}} + e^{-\frac{t}{T_2}} \right)$

Этапы решения ДУ с применением преобразования Лапласа :

- преобразование дифференциального уравнения по Лапласу;
- отыскание решения алгебраического уравнения в области комплексного переменного;
- переход в область действительного переменного путем обратного преобразования по Лапласу найденной функции и отыскание ее оригинала.