# Основы теории управления

д.т.н. Мокрова Наталия Владиславовна

| пятница | ауд. 119 |
|---|---|
| 14:35 - 16:05 | Лекция |
| 16:20 - 17:50 | Лабораторная работа |

# Лекция 6
# Оценка качества управления

Качество управления.

Запас устойчивости.

Показатели и критерии качества переходных процессов:

- статическая ошибка регулирования;
- динамическая ошибка регулирования;
- время регулирования;
- степень устойчивости;
- степень колебательности;
- интегральные критерии.

Типовые законы регулирования.

Основные законы регулирования промышленных регуляторов;

Расчёт оптимальных настроек регуляторов.

# Качество управления

Качество – комплексная оценка работы системы управления в зависимости от её назначения (включает устойчивость, точность, быстродействие).

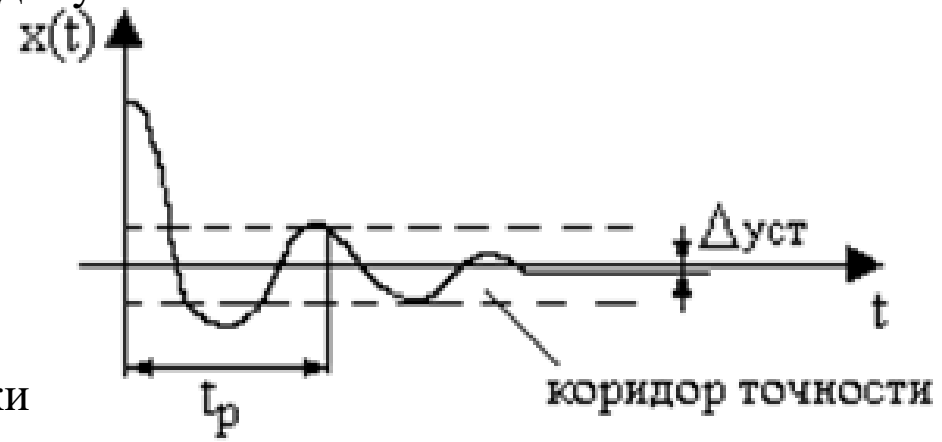
Устойчивость системы обеспечивает затухание переходных процессов с течением времени.

Необходимо чтобы:

- установившееся состояние было достаточно близко к заданному;
- затухание переходного процесса было достаточно быстрым, а отклонения при этом были невелики.

Качество работы любой системы управления определяется величиной ошибки, равной разности между требуемым и действительным значениями управляемой величины: $x(t) = g(t) - y(t).$

Характер процесса изменения ошибки, говорит об устойчивости системы, т.к. процесс сходится, оценить точность работы системы можно по величине установившейся ошибки $\Delta_{уст} = x(\infty)$ и оценить быстродействие системы – по времени регулирования $t_p$ (за $t_p$ ошибка достигает допустимое значение и при дальнейшем росте времени не превышает его).




Временная диаграмма изменения ошибки

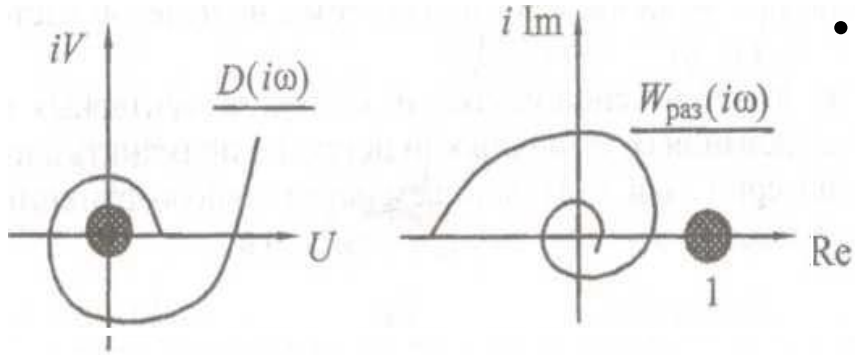
# Запас устойчивости

Системы с запасом устойчивости надежно работают в реальных условиях, любая флюктуация параметров системы не может вывести ее из устойчивого режима.

Запас устойчивости – один из показателей качества.

Запас устойчивости системы может быть задан в различной форме в зависимости от вида критерия устойчивости;

- вплоскости корней характеристического уравнения – линией в левой полуплоскости, находящейся на некотором расстоянии от мнимой оси;
- для критерия Михайлова – окружностью определенного радиуса с центром в начале координат;




- для критерия Найквиста – окружностью с центром в точке (1, *i*0).

Кроме запаса устойчивости, к системе регулирования технологических процессов предъявляют регламентные требования: задают допустимые отклонения регулируемых параметров от номинальных значений, допустимую скорость изменения параметров и т.п.

Количественную оценку качества процессов регулирования проводят с помощью различных критериев.

# Показатели и критерии качества переходных процессов

Наиболее распространенными показателями и критериями качества применяемыми в автоматике, являются:

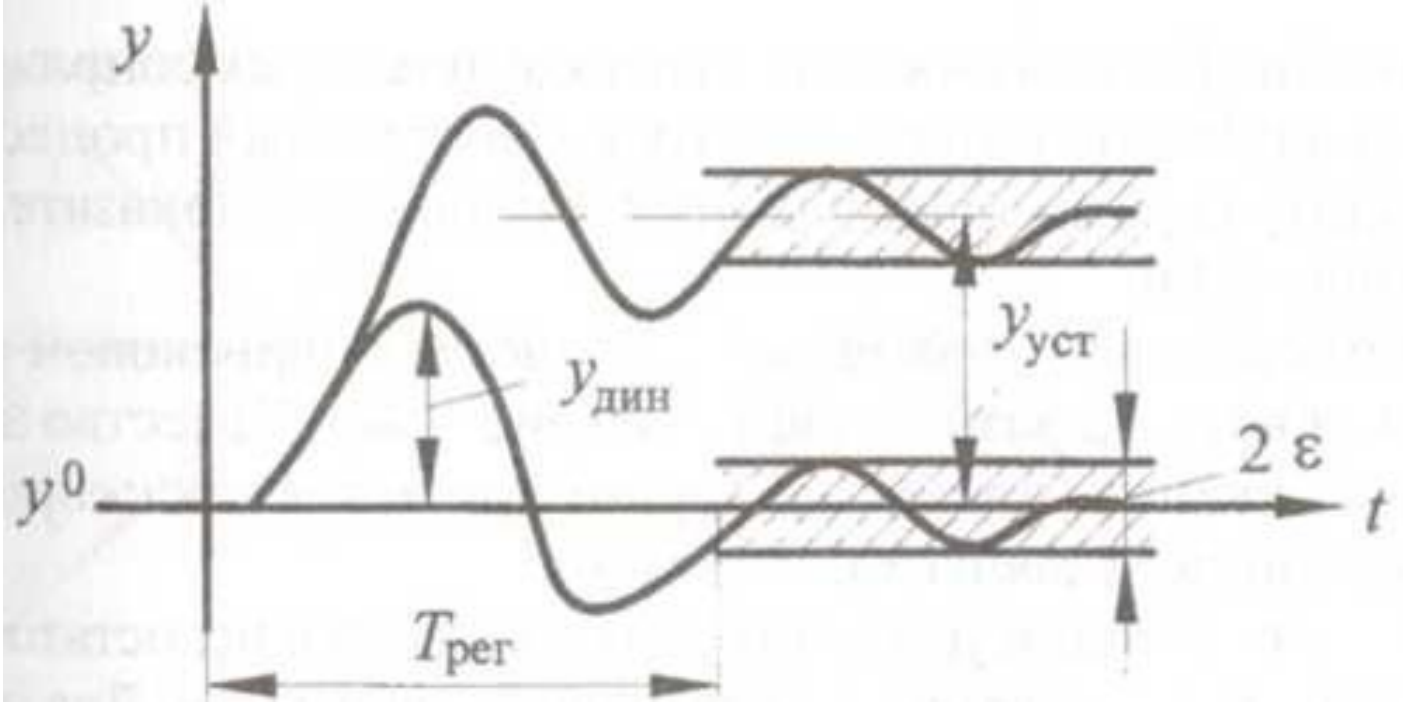
- статическая ошибка регулирования;
- динамическая ошибка регулирования;
- время регулирования;
- степень устойчивости;
- степень колебательности;
- интегральные критерии.

# Показатели качества переходного процесса

*Статическая ошибка* регулирования $y_{ст}$ равна разности между установившимся значением регулируемого параметра и его заданным значением $y^0$ $\quad y_{ст} = y_{уст} - y^0.$

*Динамическая ошибка* регулирования $y_{дин}$ равна наибольшему отклонению регулируемой величины от ее установившегося значения.

*Время регулирования* $T_{рег}$ определяется как время, за которое разность между текущим значением регулируемого параметра и его заданием становится меньше допустимого отклонения ε.



# Показатели качества переходного процесса
## Степень устойчивости

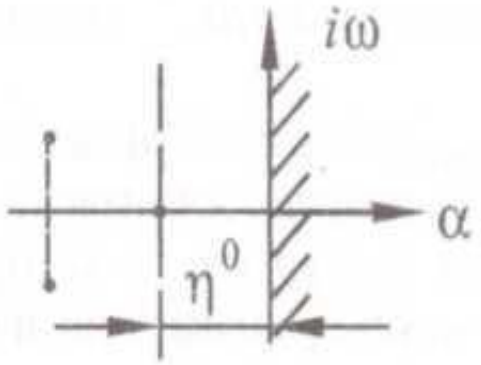
*Степень устойчивости* характеризует запас устойчивости в плоскости корней характеристического уравнения и равна расстоянию до оси ближайшего корня (или пары корней) $\eta = \min_j |\mathrm{Re}\, p_j|$.

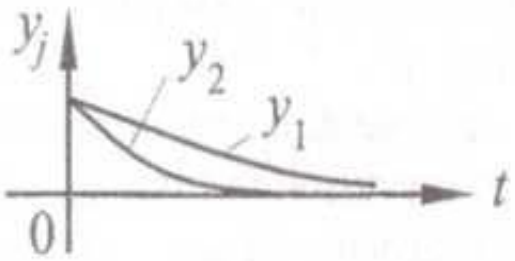
Степень устойчивости характеризует интенсивность затухания наиболее медленно затухающей неколебательной составляющей переходного процесса. Например, двум разным действительным корням $p_1 = -\alpha_1$, и $p_1 = -\alpha_2$ соответствуют две элементарные составляющие свободного движения системы:

$$y_1(t) = e^{-\alpha_1 t}; \quad y_2(t) = e^{-\alpha_2 t}; \quad \alpha_1 < \alpha_2 .$$

Чем меньше абсолютное значение корня, тем медленнее затухает $y_j(t)$.

Затухание свободного движения, которое является суммой $y_j(t)$, определяется наиболее медленно затухающей составляющей, т.е. наименьшим по абсолютному значению корнем характеристического уравнения.



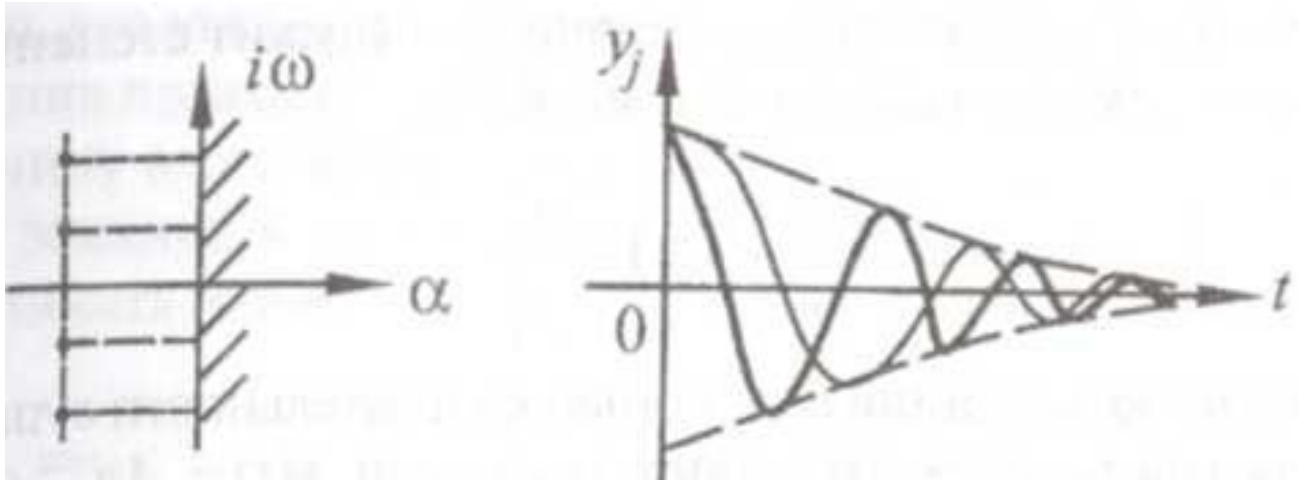
# Оценка степени устойчивости

Если ближайшей к оси окажется пара комплексных сопряженных корней, то ей будет соответствовать колебательный процесс, у которого амплитуда убывает по закону экспоненты с показателем степени – α.

Для двух колебательных процессов с одинаковой степенью устойчивости, но разной частотой качество может существенно отличатся, т.к. скорость изменения координаты зависит и от частоты.

Степени устойчивости недостаточно для оценки качества колебательных переходных процессов.

В плоскости корней характеристического уравнения вводят – степень колебательности *m*.



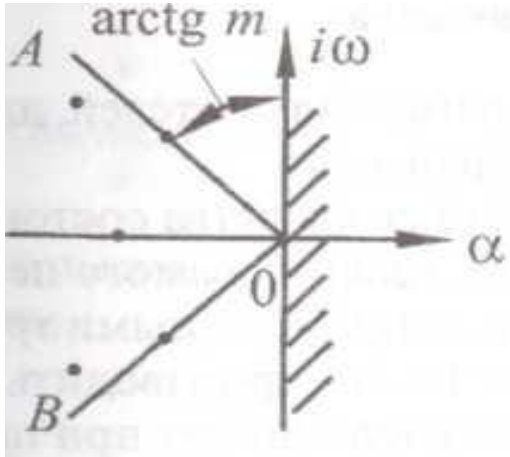

Степень устойчивости колебательных процессов

# Показатели качества переходного процесса
## Степень колебательности

*Степень колебательности* $m$ равна минимальному (для всех корней характеристического уравнения системы) модулю отношения действительной и мнимой частей корня

$$m = \min_j \frac{|\mathrm{Re}\, p_j|}{|\mathrm{Im}\, p_j|}.$$

Если в плоскости корней характеристического уравнения устойчивой системы провести из начала координат два луча $OA$ и $OB$ (рис.) так, чтобы одна пара корней находилась на этих лучах, а все остальные корни лежали слева от них, то тангенс угла, заключенного между этими лучами и мнимой осью, равный отношению действительной и мнимой частей корней, лежащих на лучах $AOB$, является степенью колебательности $m$ системы, так как для других корней это отношение будет больше, чем $m$ (для действительных корней это отношение равно бесконечности).



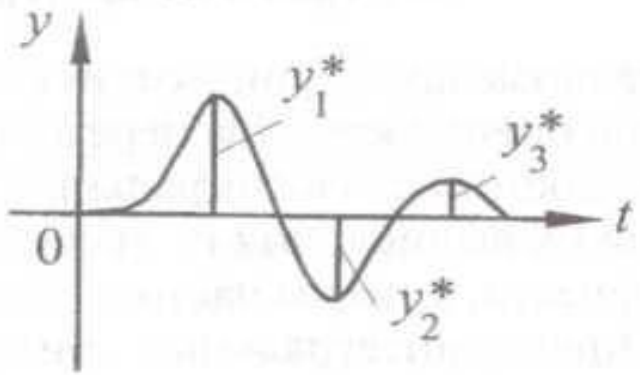




Иллюстрация степени колебательности и степени затухания переходного процесса

# Показатели качества переходного процесса
## Степень затухания

Количественной оценкой интенсивности затухания колебательных процессов служит *степень затухания* ψ

$$\psi = \frac{y_1^* - y_3^*}{y_1^*} = 1 - \frac{y_3^*}{y_1^*}$$

Между степенью затухания и степенью колебательности существует однозначная зависимость.

Если $y(t) = Ae^{-\alpha t}\cos(\omega t)$, $\alpha/\omega = m$

$$\psi = \frac{Ae^{-\alpha t} - Ae^{-\alpha(t+2\pi/\omega)}}{Ae^{-\alpha t}} = 1 - \frac{e^{-\alpha t}e^{-2\pi\alpha/\omega}}{e^{-\alpha t}} = 1 - e^{-2\pi m}.$$

Степень затухания изменяется в пределах от 0 до 1, а степень колебательности – от 0 до ∞.
Наиболее часто используемые значения лежат в пределах от
$m$ = 0,221 (ψ = 0,75) до $m$ = 0,366 (ψ = 0,9).

Интегральные критерии, в отличие от прямых показателей, дают обобщенную оценку качества переходных процессов.

# Интегральные критерии качества
## Линейный интегральный критерий

Достоинство интегральных критериев качества – для их вычисления не требуется построения самого переходного процесса, которое м.б. затруднительно.

Оценку интегральных критериев можно производить по другим характеристикам, которыми располагают при проектировании АСР.

В автоматике используют несколько видов интегральных критериев.

*Линейный интегральный критерий* $I_1$, служащий для оценки качества неколебательных процессов, вычисляют по формуле

$$I_1 = \int_0^\infty [y(t) - y^0]\,dt\,.$$

Геометрический критерий $I_1$ характеризует площадь, заключенную между кривой переходного процесса и осью времени.

Увеличение динамической ошибки или времени регулирования приводит к росту $I_1$.

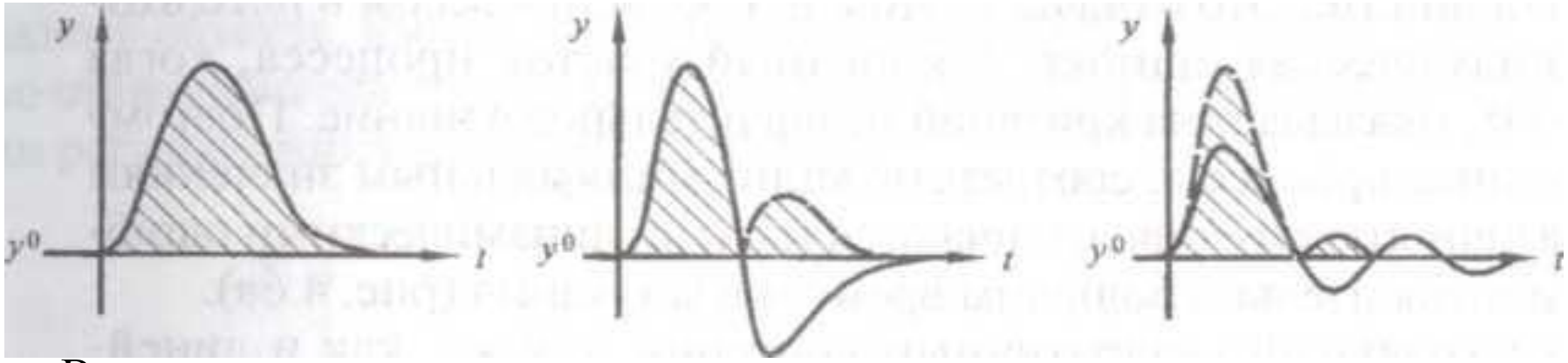
Величину критерия можно вычислить по передаточной функции замкнутой системы $W_{зс}(p)$.

$$I_1 = \lim_{t\to\infty} \int_0^t y(\eta)\,d\eta, \quad (y^0 = 0)\,.$$

$$I_1 = \lim_{p\to 0} py(p)/p = \lim_{p\to 0} x(p)W_{зс}(p) = x(0)W_{зс}(0)\,,$$

Линейный интегральный критерий равен произведению передаточной функции системы на изображение входного сигнала при $p = 0$.

# Интегральные критерии качества
## Модульные интегральные критерии




Вычисление интегральных критериев качества переходных процессов:
линейного; модульного; квадратичного.

Модульные интегральные критерии вычисляют по формулам:

$$I_2 = \int_0^\infty \left| y(t) - y^0 \right| dt \quad \text{или} \quad I_3 = \int_0^\infty t \left| y(t) - y^0 \right| dt$$

Применяют для оценки качества колебательных процессов (для неколебательных процессов $I_2$ совпадает с линейным критерием).

$I_3$ – каждая ордината переходного процесса $y(t)$ входит со своим весовым коэффициентом, равным времени $t$.

# Интегральные критерии качества
## Квадратичный интегральный критерий

Критерий $I_4$ – ордината процесса входит с весом, равным самой ординате (с наибольшим весом в критерий входит динамическая ошибка, а конечный участок процесса $y(t) \to 0$, оказывает незначительное влияние).

Переходные процессы, соответствующие минимальным значениям $I_4$, отличаются малыми динамическими ошибками и относительно большим временем затухания.

Интегральный квадратичный критерий, можно вычислить без построения переходного процесса по частотной характеристике системы.

Используют формулу Релея, которую можно получить на основе преобразования Фурье от $y(t)$ (при $y^0 = 0$):

$$I_4 = \int_0^\infty [y(t)]^2 dt = \int_0^\infty y(t)\left[\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty y(i\omega)e^{i\omega t}d\omega\right]dt =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty y(i\omega)\left[\int_0^\infty y(t)e^{i\omega t}dt\right]d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty y(i\omega)\,y(-i\omega)d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty |y(i\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty |x(i\omega)W(i\omega)|^2 d\omega.$$

# Обобщенные интегральные критерии

Обобщенные интегральные критерии отличаются от квадратичного критерия $I_4$ тем, что помимо ординат переходного процесса в них учитывают и производные от $y(t)$.

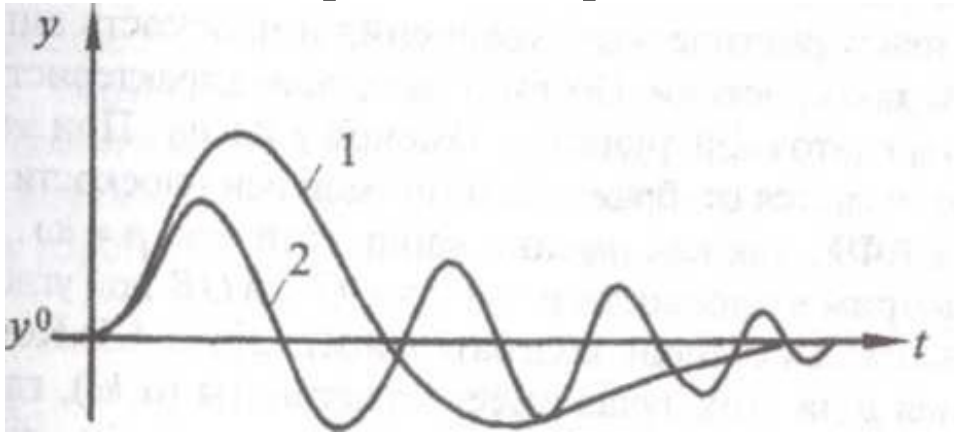
$$I_5 = \int_0^{\infty} \left( \left[ y(t) - y^0 \right]^2 \gamma_1 + \left[ y'(t) \right]^2 \gamma_2 \right) dt .$$

Обеспечить наилучшие значения одновременно всех противоречивых показателей невозможно.

Повышение степени устойчивости и степени колебательности, т.е. увеличение запаса устойчивости системы, приводит к снижению скорости регулирования и увеличению динамической ошибки.

При использовании одного критерия можно получить множество переходных процессов, удовлетворяющих ему.

Два процесса для одного объекта имеют одинаковое значение $I_4$, но существенно отличаются по динамическим ошибкам, времени регулирования и степени затухания.




Примеры переходных процессов с одинаковым значением интегрального критерия $I_4$

# Практика использования критериев качества

При расчете систем регулирования обычно используют два показателя качества: для одного из них – критерия, добиваются наилучшего (т.е. максимального или минимального) значения, для другого вводят ограничение в виде неравенства.

Например:

- стремиться к минимальному значению динамической ошибки при условии, чтобы степень затухания была ниже заданной;
- минимизировать время переходного процесса при условии, что динамическая ошибка будет меньше допустимой.

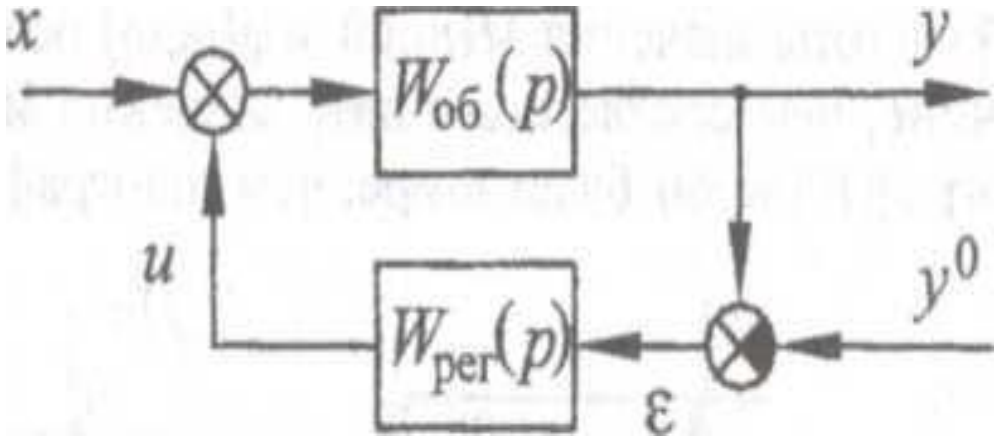
Наиболее часто за критерии качества принимают интегральные критерии, которые требуется минимизировать при ограничении на степень затухания (или степень колебательности).

При разработке систем автоматического регулирования критерии качества применяют не только для анализа готовых систем, но и на стадии их расчета, и параметры системы выбирают с учетом требований, предъявляемых к качеству переходных процессов.

Степень колебательности $m$, как один из показателей качества удобный для расчетов, вводят в расчеты с помощью расширенных частотных характеристик.

# Типовые законы регулирования

Законом регулирования называется зависимость между входом регулятора $y(t) - y^0$ и его выходом $u(t)$.




В промышленных регуляторах реализуют следующие типовые законы регулирования:

- пропорциональный (П);
- интегральный (И);
- пропорционально-интегральный (ПИ);
- пропорционально-дифференциальный (ПД);
- пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД).

Типовые законы регулирования включают три составляющие: пропорциональную (П), интегральную (И) и дифференциальную (Д).

# Простейшие законы регулирования

*Пропорциональный* закон регулирования описывает уравнение^

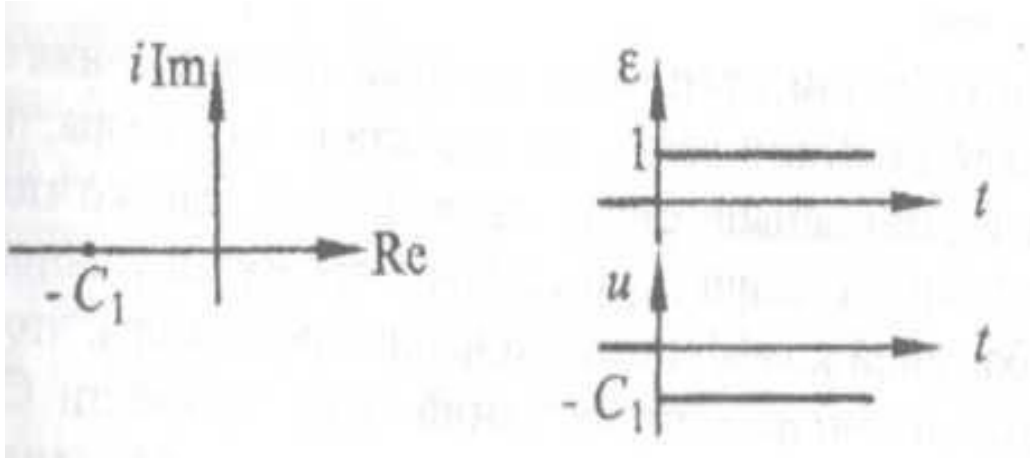
$$u(t) = -C_1[y(t) - y^0],$$

где $C_1$ – параметр настройки регулятора; $y^0$ – заданное значение регулируемой координаты объекта, а знак (– ), как и во всех **остальных** законах регулирования, учитывает, что регулятор включён в систему по принципу отрицательной обратной связи.

Уравнение регулятора, так же, как и объекта, записывают в отклонениях от установившихся значений координат, и отрицательный знак у выхода регулятора означает, что изменение регулирующего воздействия должно быть направлено на компенсацию отклонения регулируемой координаты объекта, т.е. знаки $u(t)$ должен быть противоположным знаку рассогласования $[y(t) – y^0]$

Пропорциональным регулятором служит усилительное звено с переменным коэффициентом усиления $C_1$, включенное в отрицательную обратную связь к объекту.

# П-регулятор




Динамические характеристики П-регулятора, совпадают с характеристиками усилительного звена:

Передаточная функция и частотные характеристики: $W(p) = -C_1$;
$W(i\omega) = C_1 e^{i\pi}; M(\omega) = C_1; \varphi(\omega) = \pi.$

Кривая разгона $u(t) = -C_1 \cdot 1(t).$

Для АСР с П-регулятором передаточная функция

$$W_{эк}(p) = \frac{W_{об}(p)}{1 + W_{об}(p)C_1}, \text{ откуда } y_{ст} = \frac{k_{об}}{1 + k_{об}C_1},$$

т.к. $\lim_{p \to 0} W_{об}(p) = k_{об}$.

Статическая ошибка регулирования определяется коэффициентами усиления объекта и регулятора, чем больше $C_1$, тем меньше статическая ошибка.

Чтобы полностью устранить статическую ошибку, требуется установить бесконечно большой коэффициент усиления регулятора, что практически невыполнимо из-за ограничений по устойчивости.

Наличие статической ошибки регулирования является органическим недостатком АСР с П-регулятором.

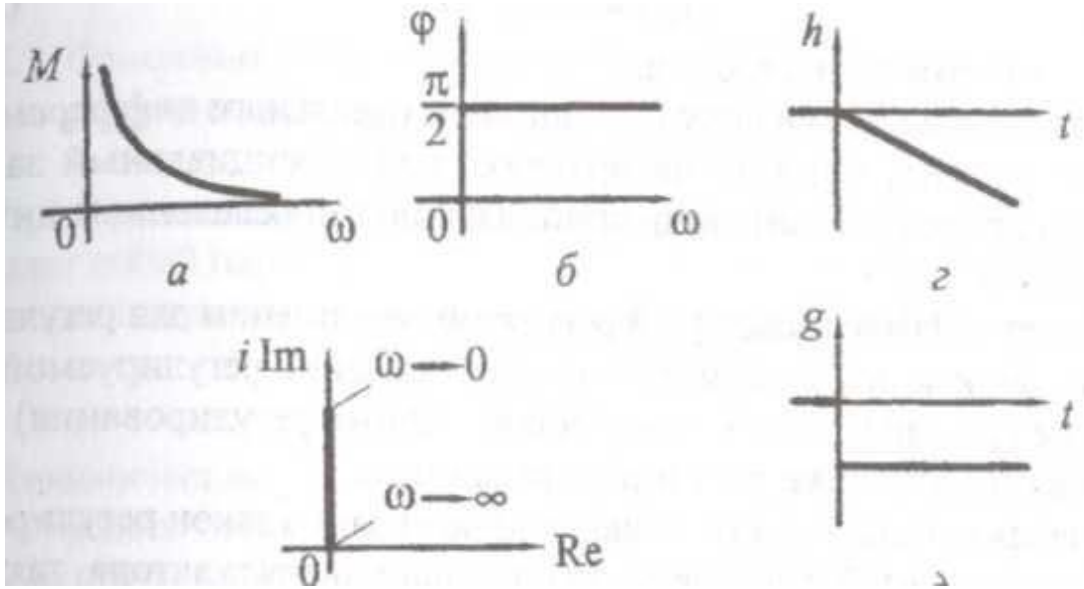
# Интегральный закон регулирования

*Интегральный* закон регулирования определяет уравнение:

$$u(t) = -C_0 \int_0^t [y(\lambda) - y^0]\, d\lambda \quad \text{или} \quad u'(t) = -C_0 [y(t) - y^0],$$

И-регулятором служит интегрирующее звено с настраиваемой постоянной интегрирования $1/C_0$, включенное в отрицательную обратную связь к объекту.

Динамические характеристики И-регулятора:




Передаточная функция и частотные характеристики: $W(p) = -C_0/p$;

$W(i\omega) = C_0/\omega \cdot e^{\frac{i\pi}{2}}; M(\omega) = C_1; \varphi(\omega) = \pi/2.$

Кривая разгона $u(t) = -C_0 t$.

ИПФ $u(t) = -C_0$

При использования интегрального регулятора статическая ошибка регулирования всегда равна нулю – основное достоинство интегрального регулятора.

# Дифференциальный закон регулирования

Дифференциальный закон регулирования *описывает уравнение*

$$u(t) = -C_2 y'(t), \text{ где } C_2 \text{ – параметр настройки.}$$

Это уравнение идеального дифференцирующего звена, на практике дифференциальный закон может быть реализован лишь приближенно в определенном интервале частот.

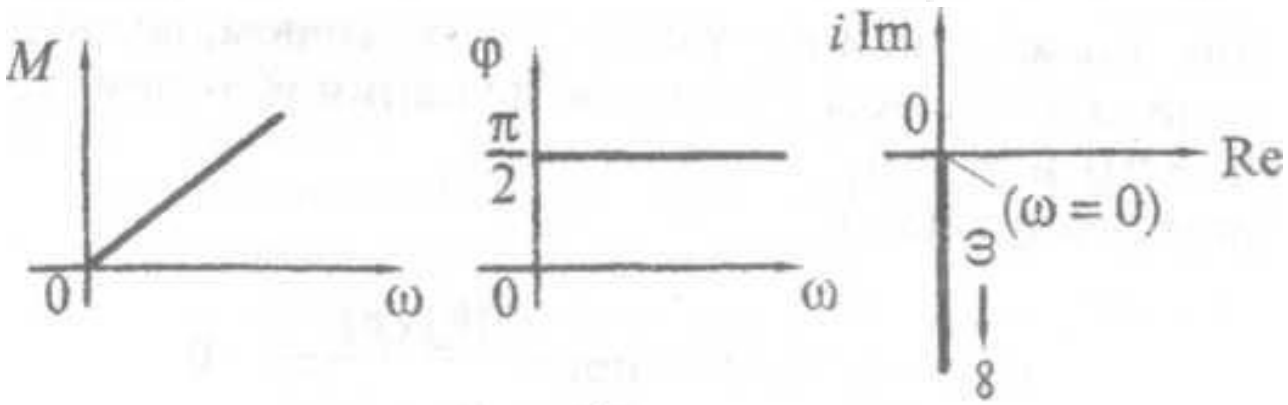
Чисто дифференциальный регулятор неприменим для регулирования, так как при любом постоянном значении регулируемой величины (т.е. при любой статической ошибке регулирования) выходной его сигнал равен нулю.

Дифференциальную составляющую вводят в закон регулирования для того, чтобы увеличить быстродействие регулятора, так как в этом случае он реагирует не только на значение регулируемого параметра, но и на скорость его изменения. Достигается «предваряющий» эффект регулирования, при котором удается снизить динамическую ошибку по сравнению с регуляторами баз предварения.

# Д-закон регулирования

Динамические характеристики Д-закона регулирования:

- передаточная функция $W(p) = -C_2 p$ ;
- частотные характеристики $W(i\omega) = -C_2 i\omega = C_2 \omega e^{i\frac{3\pi}{2}} \Rightarrow M(\omega) = C_2\omega; \quad \varphi(\omega) = \frac{3\pi}{2}$ ;
- кривая разгона $u(t) = -C_2\delta(t)$.




Частотные характеристики Д-закона регулирования: АЧХ; ФЧХ; АФХ.

Основные законы регулирования промышленных регуляторов представляют собой различные комбинации простейших составляющих: П-, И- и Д-законов, соединенных параллельно.

# Основные законы регулирования промышленных регуляторов
# ПД-закон

*Пропорционально-дифференциальный закон* регулирования

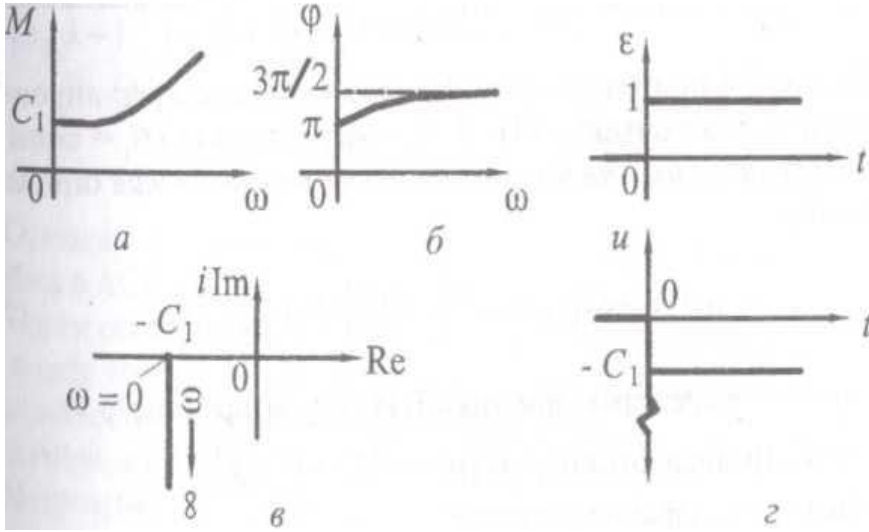
$$u(t) = -\{C_1[y(t) - y^0] + C_2 y'(t)\}.$$

Динамические характеристики ПД-регулятора:

- передаточная функция $W(p) = -(C_1 + C_2 p)$;
- частотные характеристики $W(i\omega) = -(C_1 + C_2 i\omega) \Rightarrow M(\omega) = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 \omega^2}$;

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{C_2\omega}{C_1} + \pi.$$

- кривая разгона $u(t) = -[C_1 + C_2\delta(t)]$



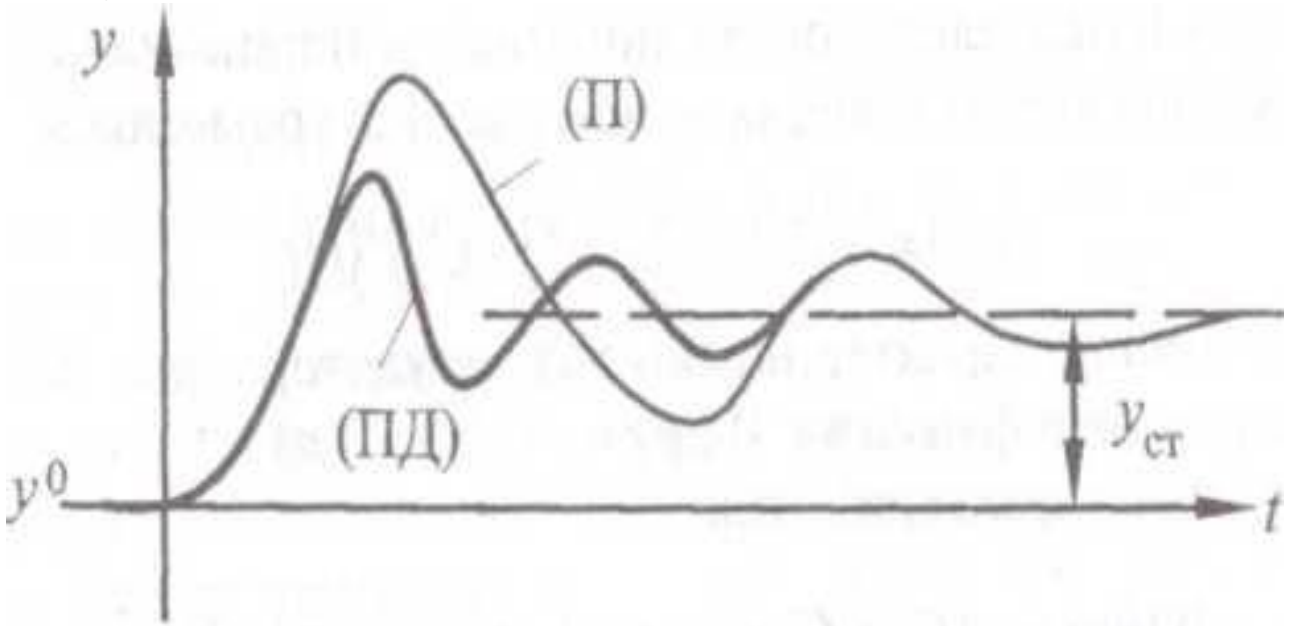

Динамические характеристики ПД-регулятора: а – АЧХ; 6 – ФЧХ; в – АФХ; г – кривая разгона

# ПД-регулирование

Наличие воздействия по производной от $y(t)$ увеличивает быстродействие регулятора, благодаря чему уменьшается динамическая ошибка регулирования по сравнению с АСР с П-регулятором.

В установившихся режимах, когда $y'(t) = 0$, регулятор ведет себя как обычный П-регулятор.

Величина статической ошибки как у П-регулятора.




Процессы регулирования в АСР с П- и ПД-регуляторами

# ПИ-регулирование

*Пропорционально-интегральный закон* регулирования описывает уравнение:

$$u(t) = -C_1\left[y(t) - y^0\right] + C_0 \int_0^t \left[y(\lambda) - y^0\right] d\lambda .$$

Динамические характеристики ПИ-регулятора:

- передаточная функция $W(p) = -[C_1 + C_0/p]$;
- частотные характеристики

$$W(\omega) = -\left[C_1 + \frac{C_0}{i\omega}\right] = -\frac{C_1 i\omega + C_0}{i\omega} \Rightarrow M(\omega) = \frac{\sqrt{C_1^2\omega^2 + C_0^2}}{\omega};$$

$$\varphi(\omega) = \pi - \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{C_1\omega}{C_0} = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{C_1\omega}{C_0};$$

- кривая разгона $u(t) = -[C_1 + C_0 t]$;
- импульсная переходная функция $u(t) = -[C_1\delta(t) + C_0]$.

Для замкнутой системы с ПИ-регулятором передаточную функцию описывает выражение:

$$W_{зс}(p) = \frac{W_{об}(p)}{1 + W_{об}(p)\left(C_1 + \frac{C_0}{p}\right)} = \frac{pW_{об}(p)}{p + W_{об}(p)(C_1 p + C_0)}.$$

Статическая ошибка в АСР с ПИ-регулятором равна нулю.

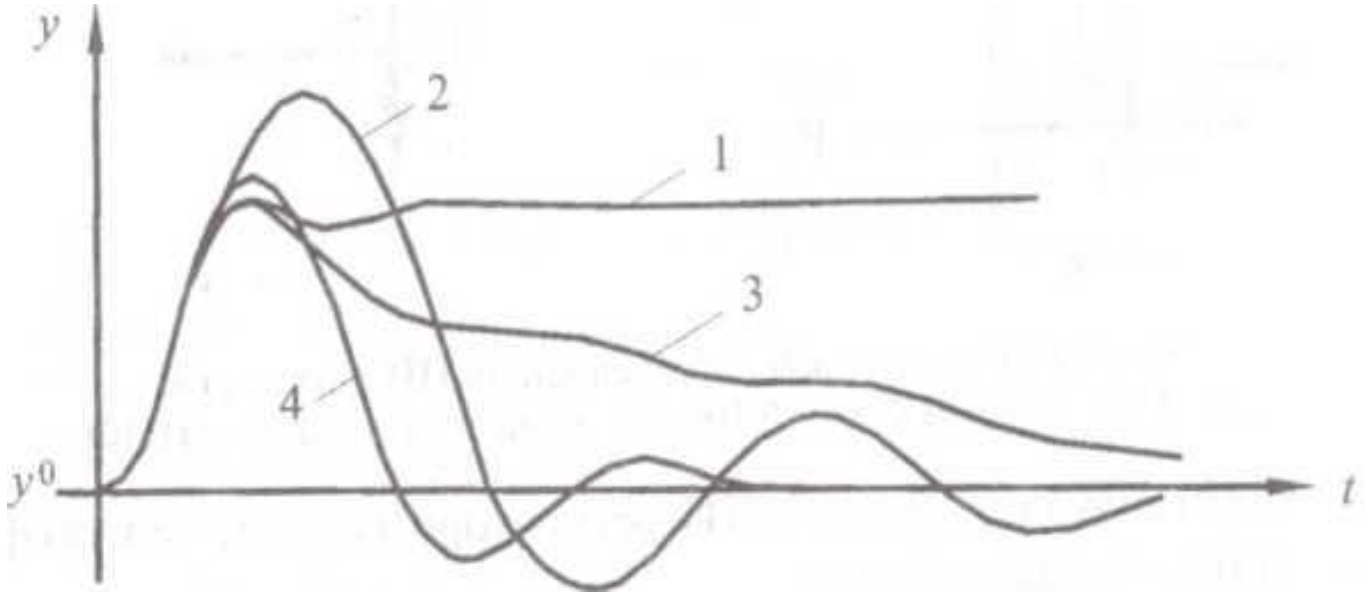
# Процессы регулирования

ПИ-регулятор сочетает в себе достоинства П- и И-законов регулирования: пропорциональная составляющая обеспечивает достаточное быстродействие регулятора, а интегральная – ликвидирует статическую ошибку.

Подбором параметров настроек $C_1$ и $C_0$ изменяется удельный вес каждой составляющей и обеспечивается желаемое качество переходных процессов.

П- и И-регуляторы получают из ПИ-регулятора соответственно при $C_0 = 0$ или $C_1 = 0$.

Процессы регулирования объекта пропорциональным (кривая 1), интегральным (кривая 2) и пропорционально-интегральным (кривые 3, 4) регуляторами.



# ПИД-закон регулирования

*Пропорционально-интегрально-дифференциальный закон* регулирования описывает уравнение:

$$u(t) = -\left\{C_1[y(t) - y^0] + C_0 \int_0^t [y(\lambda) - y^0]d\lambda + C_2 y'(t)\right\}.$$

Динамические характеристики ПИД-регулятора:

- передаточная функция

$$W(p) = -\left(C_1 + \frac{C_0}{p} + C_2 p\right);$$

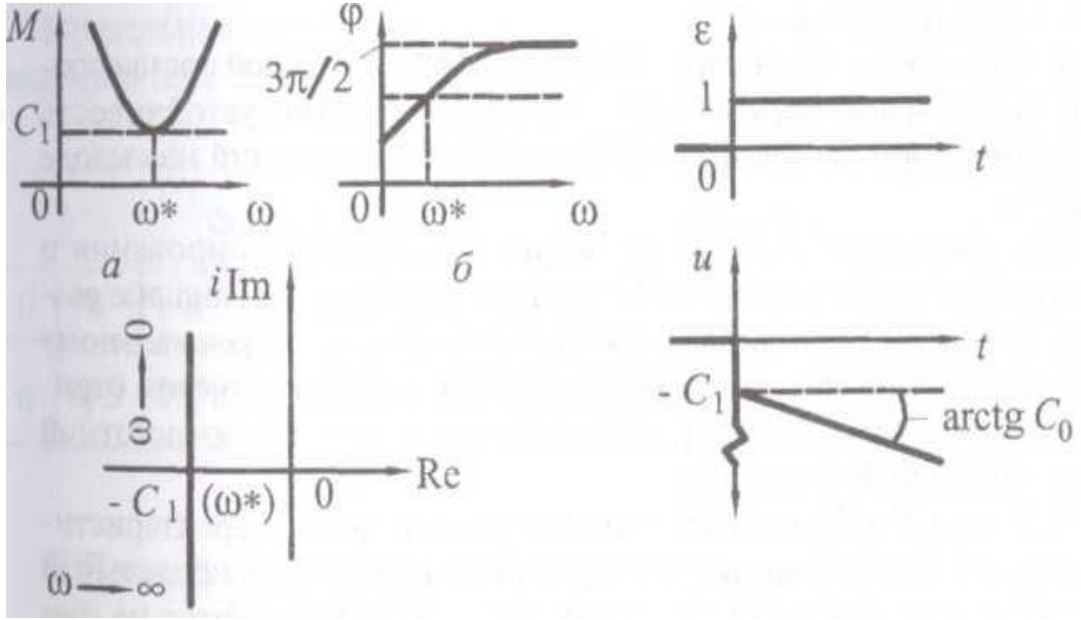
- частотные характеристики:

$$W(i\omega) = -\left(C_1 + \frac{C_0}{i\omega} + C_2 i\omega\right) = -\frac{C_1 i\omega + C_0 - C_2\omega^2}{i\omega} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M(\omega) = \frac{\sqrt{C_1^2\omega^2 + (C_0 - C_2\omega^2)^2}}{\omega};$$

$$\varphi(\omega) = \pi - \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{C_1\omega}{C_0 - C_2\omega^2} = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{C_1\omega}{C_0 - C_2\omega^2};$$

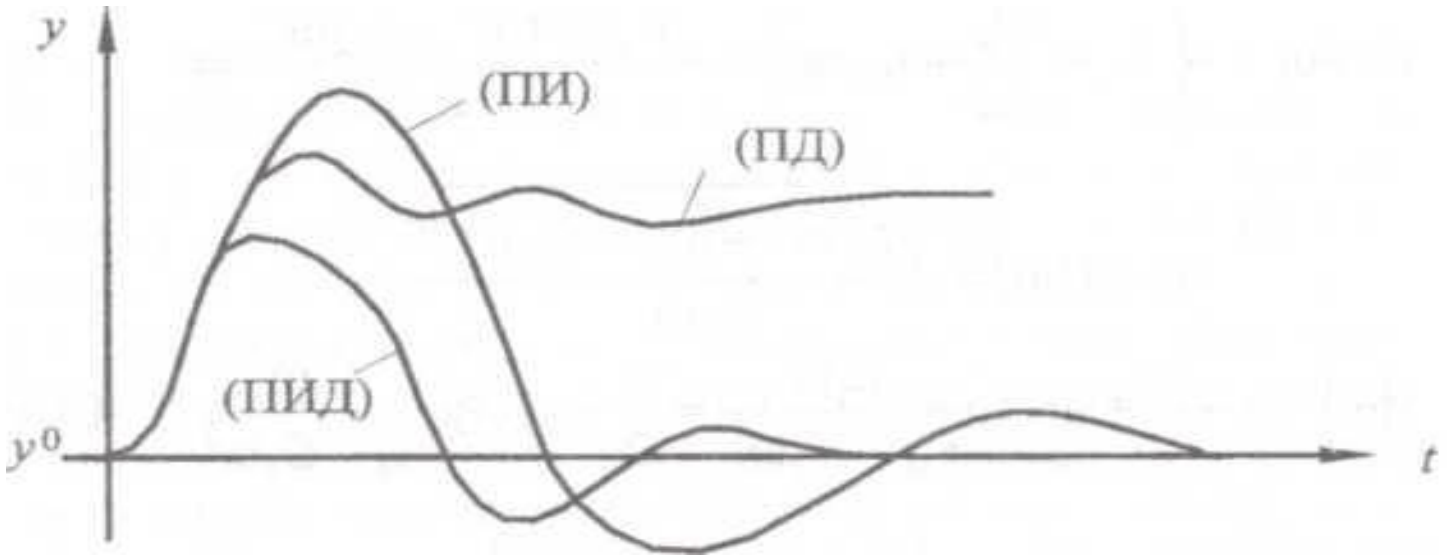
- кривая разгона $u(t) = -[C_1 + C_0 t + C_2\delta(t)]$




Динамические характеристики ПИД-регулятора

# ПИД-регулятор

Применение регуляторов с дифференциальными составляющими, несмотря на их достоинства, не всегда целесообразно, а иногда не допустимо.




Процессы регулирования в АСР
с различными регуляторами

Для объектов с большим чистым запаздыванием по каналу регулирования бесполезно вводить управляющее воздействие по производной от регулируемой переменной, т.к. оно будет сказываться на выходе объекта только по истечении времени запаздывания, за которое в объекте могут накопиться большие отклонения от заданного режима.

В некоторых случаях регулятор с дифференциальной составляющей может «раскачать» объект, и система потеряет устойчивость (например, при наличии высокочастотных возмущений на выходе).

# Практика регулирования

При сравнительном анализе законов регулирования их оценивают по максимальному углу опережения (т.е. максимальному сдвигу по фазе с учетом отрицательной обратной связи), который определяется фазочастотной характеристикой регулятора.

Рассматривают предельный случай, когда замкнутая система регулирования находится на границе устойчивости. Между частотными характеристиками объекта и регулятора существует зависимость, которую задают по критерию Найквиста:

$$\begin{cases} M_{об}(\omega) M_{рег}(\omega) = 1; \\ \varphi_{об}(\omega) + \varphi_{рег}(\omega) = 0. \end{cases}$$

Чем больше угол опережения, создаваемый регулятором, тем на более высокой частоте ω* будет ботать система регулирования для одного в того же объекта.

В реальных условиях настройки регулятора выбирают так, чтобы система регулирования обладала определенным запасом устойчивости. При этом рабочая частота ω, будет отличаться от ω *, но качественная зависимость между ними сохранится.

# Расчет оптимальных настроек регуляторов

Под оптимальными настройками регулятора понимают такие настройки, которые для заданного объекта обеспечивают процесс регулирования, удовлетворяющий выбранному критерию качества и ограничениям, например, минимуму интегрального квадратичного критерия и заданной степени колебательности.

Разработаны различие методы расчета настроек регуляторов, одни – более точные, но трудоемкие, другие – простые, но более приближенные.

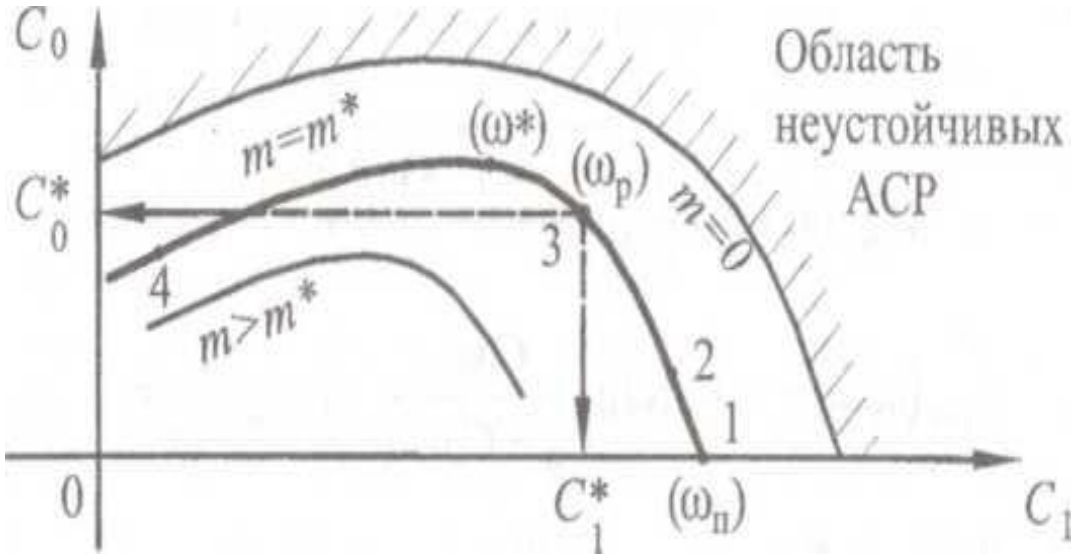
Два способа, отражающих особенности точных и приближенных методов расчета:

- метод расширенных частотных характеристик;
- метод незатухающих колебаний.

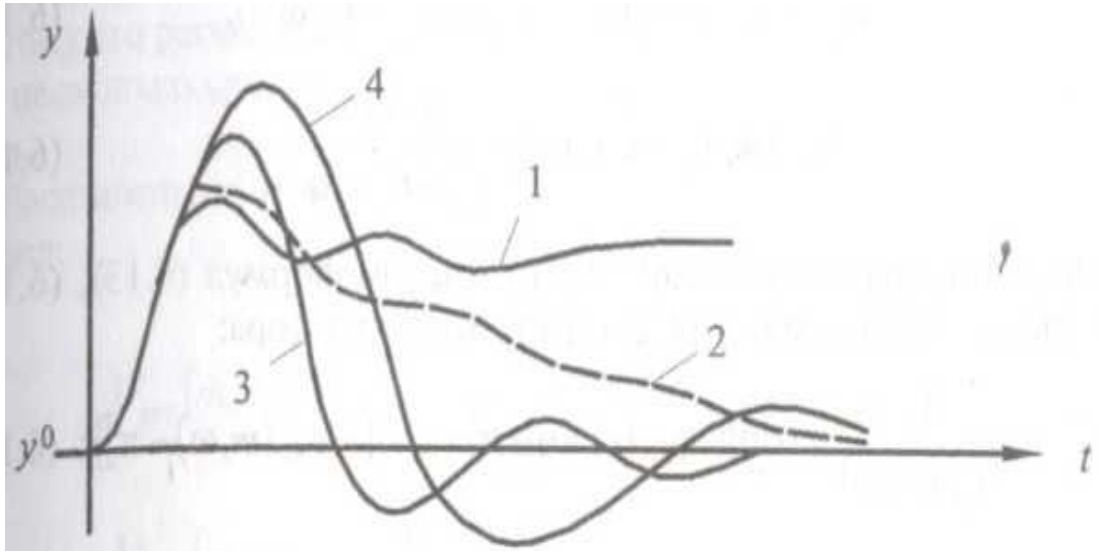
## Метод расширенных частотных характеристик

Если разомкнутая система имеет степень колебательности не ниже заданной ($m^*$), то замкнутая система будет обладать заданной степенью колебательности, если РАФХ разомкнутой системы $W_{раз}(m^*, i\omega)$ проходит через точку $(1, i0)$; если РАФХ разомкнутой системы не охватывает точку $(1, i0)$, то степень колебательности замкнутой системы будет выше $m^*$.

# Сравнение процессов регулирования




Плоскость параметров настроек ПИ-регулятора




Примеры переходных процессов в АСР
с ПИ-регулятором

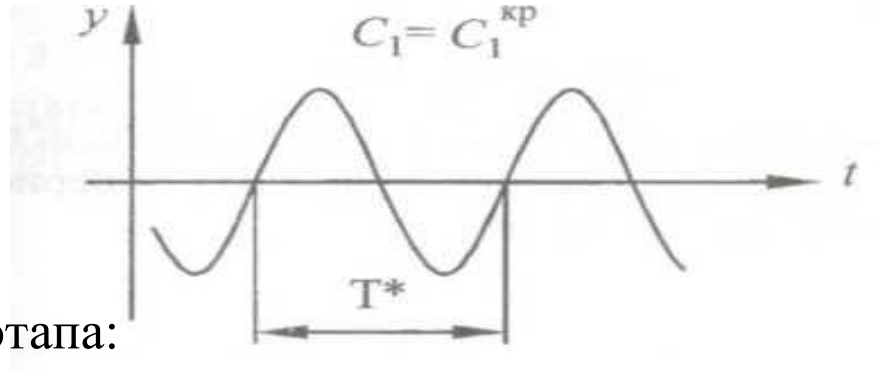
В точке 1 отсутствует интегральная составляющая ($C_0 = 0$) – появляется статическая ошибка.

При незначительной интегральной составляющей (точка 2) статическая ошибка равна нулю, но скорость ее устранения мала и переходный процесс характеризуется затянутым «хвостом».

Увеличение интегральной настройки ускоряет устранение статической ошибки, но сопровождается уменьшением рабочей частоты и некоторым ростом динамической ошибки (точка 4).

Переход через вершину кривой влево резко ухудшает качество переходного процесса.

# Метод незатухающих колебаний




Метод предложен американскими учеными Циглером и Никольсом.

Рабочие настройки любого регулятора рассчитывают в два этапа:

- подбирают такую настройку П-регулятора (т.е. выключают И- и Д-составляющие), при которой в замкнутой системе устанавливаются незатухающие колебания, т.е. система находится на границе устойчивости (получают $C_1^{кр}$ критическое значение настройки);
- рассчитывают рабочие настройки выбранного регулятора по приближенным формулам в зависимости от величины $C_1^{кр}$ и периода незатухающих колебаний $T^*$ (при этом рабочие настройки обеспечивают степень затухания больше 0,75).

Формулы для расчета настроек различных регуляторов по методу Циглера-Никольса:

П-регулятор $C_1 = 0{,}5C_1^{кр};$

ПИ-регулятор $C_1 = 0{,}45C_1^{кр};\ C_1/C_0 = \frac{T^*}{1{,}12};$

ПИД-регулятор $C_1 = 0{,}6C_1^{кр};\ C_1/C_0 = \frac{T^*}{2};\ \frac{C_2}{C_1} = \frac{T^*}{8}.$

# Методы приближенного расчёта настроек

Метод расчета настроек на первом этапе предполагает проведение эксперимента в замкнутой системе регулирования, в котором система выводится на границу устойчивости. Подобные эксперименты, как правило, нежелательны, а иногда и недопустимы.

Существует целый ряд методов, которые основаны на идее метода незатухающих колебаний, например, частотный метод с применением критерия Найквиста.

При устойчивой разомкнутой системе замкнутая система будет находиться на границе устойчивости, если АФХ разомкнутой системы проходит через т. (l, $i0$), т.е. $W_{раз}\ (i\omega) = 1$.

Для системы с П-регулятором $M_{об}(\omega)C_1 = 1;\ \varphi_{об}(\omega) + \pi = 0.$

Из первого уравнения находят $\omega^{кр}$, затем находят настройку П-регулятора

$$C_1^{кр} = 1/M_{об}(\omega^{кр}).$$

Рабочие настройки регуляторов принимают с приближенным периодом незатухающих колебаний $T^* = 2\pi/\omega^{кр}$ .