ЛЕКЦИЯ 4 (Раздел 2).

Оптимальный выбор потребителя и функции индивидуального спроса.

§1. Максимизация полезности при заданном бюджетном ограничении.

В этом параграфе будет представлена модель, которую экономисты используют, чтобы объяснить поведение потребителей на рынке и формирование индивидуального спроса на то или иное благо. Рассмотрев в предыдущей главе предпочтения и бюджетное ограничение потребителя, мы теперь покажем, каким образом отдельные индивиды определяют, сколько товаров каждого вида закупить на рынке за определённый период времени при заданных ценах. При этом предполагается, что любой потребитель ведёт себя рационально, то есть он выбирает такие количества каждого блага из товарного набора, которые позволяют ему максимально удовлетворить свои потребности при наличии ограниченного и фиксированного запаса денежных средств.

~~**Графический анализ.**~~ Рассмотрим простейший случай, когда потребительский набор состоит только из двух благ, где x_1 – количество первого блага (например, буханок хлеба), x_2 – количество второго блага (например, литров молока); потребление осуществляется в течение некоторого периода времени (например, месяца). Конечно, в реальной жизни никто из людей не потребляет в течение месяца только хлеб и молоко. Однако эта теоретическая абстракция поможет нам проиллюстрировать проблему потребительского выбора самым наглядным образом – на графике. В дальнейшем мы увидим, что результат, полученный для случая двух благ при помощи графического решения, окажется верным и для случая любого конечного числа благ.

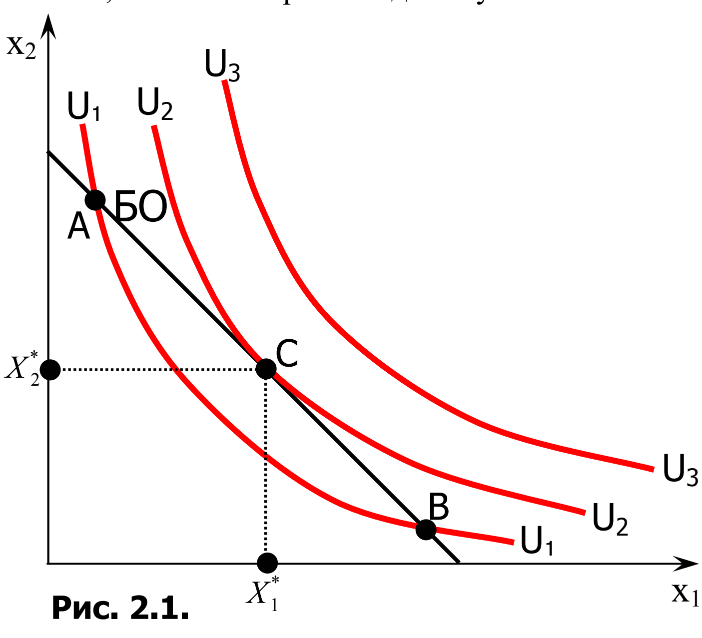

Рис. 2.1.

На рис. **2.1** представлены три кривые безразличия, которые описывают предпочтения некоторого потребителя относительно первого и второго блага из товарного набора. В соответствии с нашей предпосылкой о том, что функция полезности потребителя является возрастающей, имеем: $U_1 < U_2 < U_3$. Таким образом, достижение уровня полезности U_3 было бы наиболее предпочтительным для нашего потребителя. К сожалению, ни одна из комбинаций количеств первого и второго блага, принадлежащая кривой $U_3 - U_3$, недоступна для потребителя, поскольку его скромный доход, отражённый на графике линией бюджетного ограничения **(БО)**, не позволяет ему достичь уровня полезности U_3 в данный момент времени. Зато доступными оказываются товарные наборы, отмеченные на рис. **2.1** точками **A** и **B** и принадлежащие кривой безразличия $U_1 - U_1$. Но захочет ли потребитель купить один их этих наборов? Нет, если он ведёт себя рационально. Потому что при данном бюджетном ограничении наш потребитель может достичь и более высокого уровня полезности U_3, если купит товарный набор (x_1^*, x_2^*), соответствующий точке **C**.

Заметим, что линия бюджетного ограничения не пересекает кривую безразличия $U_2 - U_2$, а лишь касается её в точке **C**. Следовательно, товарные наборы на любой кривой безразличия, расположенной выше $U_2 - U_2$, не могут быть куплены при существующем денежном доходе, и потребление набора (x_1^*, x_2^*) доставляет нашему потребителю максимально возможный уровень полезности при заданном бюджетном ограничении. Заметим также, что линия бюджетного ограничения, являясь касательной к кривой безразличия $U_2 - U_2$ в точке **C**, определяет предельную норму замещения **(MRS)** второго товара первым в этой точке, поскольку **MRS** есть тангенс угла наклона касательной:

(2.1) $$MRS = -\frac{dx_2}{dx_1}\Bigg|_{U=const}$$

Вспомните, что тангенс угла наклона самой бюджетной линии равен соотношению цен двух товаров и является постоянной величиной. Предельная норма замещения, напротив, изменяется по мере движения вдоль кривой безразличия (при наших предпосылках). Поэтому наклон бюджетной линии равен наклону кривой безразличия в единственной точке – точке оптимального выбора потребителя. Теперь мы можем сформулировать принцип максимизации полезности потребителем.

Для того, чтобы максимизировать полезность при заданном фиксируемом количестве расходуемых денег, индивид будет покупать такие количества товаров, которые полностью исчерпывают его доход и для которых норма замещения (MRS) равна норме обмена между двумя этими товарами на рынке (обратному соотношению цен этих товаров):

(2.2) $$-\frac{dx_2}{dx_1}\Bigg|_{U=const} = \frac{P_1}{P_2}$$

Это правило касания бюджетной линии кривой безразличия является лишь необходимым, но не достаточным условием максимизации полезности. Достаточное условие связано с определенной формой кривых безразличия, то есть с определённым свойством отношения предпочтения. Если предполагается, что предельная норма замещения уменьшается по мере движения вдоль кривой безразличия, или кривые безразличия являются строго выпуклыми вниз, тогда касание бюджетной линии кривой безразличия будет и необходимым, и достаточным условием максимизации полезности при заданном бюджетном ограничении.

Формализация задачи потребительского выбора. Результаты предыдущего анализа можно обобщить для случая товарного набора, состоящего из n благ, где n – конечная величина. Для построения данной модели используются предпосылки, которые были введены в анализ в главе **1**. Перечислим их.

Предположим, что отношение предпочтения обладает свойствами сравнимости, транзитивности, рефлексивности, непрерывности, строгой монотонности и строгой выпуклости. Представляющая это отношение предпочтения функция полезности является непрерывной, возрастающей, строго квази-вогнутой и дифференцируемой во всех точках. Потребитель может потреблять только неотрицательные количества каждого блага: $X = R_{+}^{N}$. Пусть бюджетное множество является ограниченным, замкнутым, непустым и выпуклым. При этих предпосылках задача максимизации полезности имеет решение, и в самом общем виде может быть формально представлена следующим образом:

$$\textbf{(2.3)} \qquad \begin{cases} \max\limits_{X_i} U\,(x_1, x_2, \ldots, x_n) \text{ при условии, что} \\ p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + \ldots + p_n \cdot x_n \leq I \\ \text{и } x_i \geq 0, \text{ где } i = 1, 2, \ldots, n. \end{cases}$$

Фактически, это – задача нелинейного программирования, и она не может быть решена при помощи арсенала средств из курса математического анализа. Однако мы можем упростить данную задачу. Так, предпосылка о строгой монотонности отношения предпочтения позволяет переписать неравенство в виде равенства: $p_1 \cdot x_1 + \ldots + p_n \cdot x_n = I$. Действительно, поскольку функция полезности является возрастающей, то потребитель максимизируя полезность, будет вынужден расходовать весь свой доход на покупку товаров и услуг. Бóльшую сложность представляет реализация второго условия из ограничений в этой задаче. В принципе возможно такое решение задачи потребительского выбора при котором некоторые из благ не потребляются нашим индивидом вообще, то есть некоторые $x_i = 0$. Данное решение называется угловым. Угловое решение задачи потребительского выбора мы рассмотрим отдельно несколько позже. А сейчас введём ещё одну дополнительную упрощающую анализ предпосылку. Допустим, что наша задача имеет решение в виде «внутреннего» максимума, при котором потребитель покупает ненулевые количества всех благ из товарного набора, то есть $x_i > 0 \quad \forall i$. Тогда проблема максимизации полезности при заданном бюджетном ограничении принимает следующий вид:

(2.4)
$$\begin{cases} \max\limits_{X_i} U\,(x_1, x_2, \ldots, x_n) \text{ при условии, что} \\ p_1 \cdot x_1 + \ldots + p_n \cdot x_n = I \end{cases}$$

Легко видеть, что мы имеем дело с задачей на условный экстремум, которую можно решить, используя метод множителей Лагранжа. Выпишем функцию Лагранжа для данной задачи:

$$\mathcal{L} = U(x_1, x_2, \ldots, x_n) - \lambda \cdot (p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + \ldots + p_n \cdot x_n - I)$$

Необходимым условием (или условием первого порядка) максимума функции является равенство нулю всех её частных производных:

(2.5)
$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_1} = \dfrac{\partial U(x_1, \ldots, x_n)}{\partial x_1} - \lambda \cdot p_1 = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_2} = \dfrac{\partial U(x_1, \ldots, x_n)}{\partial x_2} - \lambda \cdot p_2 = 0 \\ \vdots \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_n} = \dfrac{\partial U(x_1, \ldots, x_n)}{\partial x_n} - \lambda \cdot p_n = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = I - p_1 x_1 - p_2 x_2 - \ldots - p_n x_n = 0 \end{cases}$$

Мы получим систему из $n+1$ уравнения с $n+1$ неизвестными. Напомним, что в каждый данный момент времени доход потребителя *(I)* – фиксированная величина; рыночные цены благ $(p_1, \ldots, p_n)$ также остаются неизменными. Решив эту систему уравнений, мы найдём значения $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*$, которые являются оптимальными количествами каждого из благ, то есть такими количествами, которые максимизируют полезность индивида от потребления данного товарного набора при заданном бюджетном ограничении. Именно на эти количества каждого блага наш потребитель предъявит спрос на рынке.

Разумеется, условие первого порядка является лишь необходимым, но не достаточным условием максимума функции. Мы значительно облегчим задачу, введя предпосылку о строгой выпуклости отношения предпочтения. Если данная предпосылка выполняется, то условие первого порядка позволяет определить действительно максимум, а не минимум функции.

Давайте вновь вернёмся к системе уравнений **(2.5)** и дадим экономическую интерпретацию условия первого порядка. Выпишем первые два уравнения:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda \cdot p_1 = 0 \\ \end{cases}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} - \lambda \cdot p_2 = 0$$

И произведём несложные преобразования:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial x_1} = \lambda \cdot p_1 \\ \dfrac{\partial U}{\partial x_2} = \lambda \cdot p_2 \end{cases}$$

Разделив первое уравнение на второе, получаем то же самое условие максимизации полезности, которое было получено при графическом решении проблемы потребительского выбора:

(2.6) $$\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Напомним, что в левой части уравнения **(2.6)** записано соотношение предельных полезностей – $\frac{MU_1}{MU_2}$, которое есть не что иное, как значение предельной нормы замещения в оптимальной точке. Отсюда имеем:

$$\frac{MU_1}{MU_2} = MRS = \frac{p_1}{p_2}.$$

Аналогичную итерацию можно осуществить для любой пары уравнений из системы **(2.5)**, и в общем случае получим:

(2.7) $$\frac{\partial U / \partial x_i}{\partial U / \partial x_j} = \frac{p_i}{p_j}, \textit{ или}$$

$$MRS_{X_j \to X_i} = \frac{p_i}{p_j}.$$

Таким образом, экономический смысл условия первого порядка очевиден: в точке оптимального выбора предельная норма замещения одного блага другим из потребительского набора должна быть равна соотношению цен этих двух благ.

Обратите внимание, что при любом положительном монотонном преобразовании функции полезности значение MRS в каждой точке не изменяется, а следовательно, при любом монотонном преобразовании функции полезности сохраняется решение задачи потребительского выбора.

Функция некомпенсированного спроса потребителя. При построении модели оптимального выбора мы предполагаем, что цены благ и доход потребителя являются постоянными величинами. И это действительно так на каком-либо временном интервале. Однако с течением времени как цены, так и доход изменяются. В зависимости от этого будет изменяться и величина спроса, предъявляемого потребителем, на то или иное благо. Последнее очевидно даже на уровне здравого смысла: с увеличением нашего дохода и уменьшением цен мы покупаем бóльшее количество товаров и услуг, со снижением дохода и повышением цен – меньшее. Поэтому, в общем случае, **индивидуальный спрос представляет собой функциональную зависимость количества блага, покупаемого потребителем за данный период времени, от цен этого блага, дохода потребителя и цен других благ из товарного набора.** Если вы решите систему уравнений **(2.5)** в общем виде (не приписывая ценам и доходу конкретные числовые значения), то оптимальные количества каждого блага предстанут именно как функции от цен и дохода:

$$\text{(2.8)} \quad \begin{cases} x_1^* = d_1(p_1, p_2, ..., p_n, I) \\ x_2^* = d_2(p_1, p_2, ..., p_n, I) \\ \vdots \\ x_n^* = d_n(p_1, p_2, ..., p_n, I) \end{cases}$$

Немного позже, вы узнаете, почему эти функции называются функциями **некомпенсированного** спроса потребителя. Их также называют функциями **маршаллианского** спроса в честь великого английского экономиста Альфреда Маршалла.

Важным свойством функций некомпенсированного спроса является их однородность нулевой степени относительно цен и дохода:

$$\text{(2.9)} \quad \begin{aligned} & d_1(\alpha \cdot p_1, ..., \alpha \cdot p_n, \alpha \cdot I) = \alpha^0 \cdot d_1(p_1, ..., p_n, I) = d_1(p_1, ..., p_n, I) \\ & d_2(\alpha \cdot p_1, ..., \alpha \cdot p_n, \alpha \cdot I) = \alpha^0 \cdot d_2(p_1, ..., p_n, I) = d_2(p_1, ..., p_n, I) \\ & \vdots \\ & d_n(\alpha \cdot p_1, ..., \alpha \cdot p_n, \alpha \cdot I) = \alpha^0 \cdot d_n(p_1, ..., p_n, I) = d_n(p_1, ..., p_n, I) \end{aligned}$$

$\forall p_1, ..., p_n, I > 0$ и $\forall$ числа $\alpha > 0$.

Однородность нулевой степени данных функций означает, что если все цены и доход потребителя изменятся в одно и то же число раз, то количество каждого из благ, покупаемых потребителем на рынке, останется неизменным. Покажем это для случая двух благ, используя графическое решение задачи потребительского выбора.

Рассмотрим рис. **2.1.** Пусть доход потребителя и цены обоих благ увеличились в α раз: $\alpha \cdot I, \alpha \cdot p_1, \alpha \cdot p_2$. В этом случае наклон бюджетной линии **(БО)** не изменится: $\frac{\alpha \cdot p_1}{\alpha \cdot p_2} = \frac{p_1}{p_2}$..

Останутся прежними и точки пересечения бюджетной линии с осями координат:

$$\frac{\alpha \cdot I}{\alpha \cdot p_1} = \frac{I}{p_1}; \qquad \frac{\alpha \cdot I}{\alpha \cdot p_2} = \frac{I}{p_2}.$$

Следовательно, не изменится и бюджетное множество, то есть множество доступных для потребителя товарных наборов. Если же неизменным остаётся бюджетное множество, то и оптимальный набор потребителя останется тем же самым.

Пример. Рассмотрим функцию полезности Кобба-Дугласа:

$k \cdot x_1^a \cdot x_2^b$ *где k, a, b = const и k, a, b >0.*

Задача потребительского выбора для этой функции будет выглядеть следующим образом:

$\max\limits_{x_1, x_2} (k \cdot x_1^a \cdot x_2^b)$ при условии, что

$$p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = I$$

Поскольку в данной задаче только две переменные, то нет смысла решать её методом множителей Лагранжа. Воспользуемся сразу условием оптимума:

$$\begin{cases} MRS = \dfrac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = \dfrac{p_1}{p_2} \\ p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = I \end{cases}$$

Продифференцировав функцию полезности по x_1 и x_2, имеем:

$$\begin{cases} \dfrac{a \cdot x_2}{b \cdot x_1} = \dfrac{p_1}{p_2} \\ p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = I \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений относительно x_1 и x_2, получаем функции некомпенсированного спроса потребителя на первое и второе блага:

(2.10) $$X_1^* = \frac{(\frac{a}{a+b}) \cdot I}{p_1}; \quad X_2^* = \frac{(\frac{b}{a+b}) \cdot I}{p_2}$$

Обратите внимание, что в случае функции полезности Кобба-Дугласа денежные расходы на покупку каждого из благ, входящих в товарный набор, составляют **постоянную** долю от дохода, которая определяется предпочтениями потребителя в отношении этих благ. Так, на покупку первого блага потребитель всегда будет расходовать $\frac{a}{a+b}$ часть своего дохода, а на покупку второго блага: $\frac{b}{a+b}$ часть своего дохода, независимо от цен этих благ. Если $a > b$, то это означает, что потребитель первый товар предпочитает второму. В этом состоит экономический смысл степенных коэффициентов в функции Кобба-Дугласа. Понятно также, что в данном случае спрос потребителя на одно из благ не будет зависеть от цены другого блага.

<u>Косвенная функция полезности.</u> Решая задачу потребительского выбора, мы нашли оптимальные количества благ в товарном наборе, максимизирующие полезность потребителя. Теперь эти значения мы можем подставить в первоначальную функцию полезности:

(2.11) $$U_{\max} = U(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) = U\left[d_1(p_1, ..., p_n, I), ..., d_n(p_1, ..., p_n, I)\right] = \\ = V(p_1, p_2, ..., p_n, I).$$

Поскольку потребитель желает максимизировать полезность при заданном бюджетном ограничении, то получаемый оптимальный уровень полезности будет косвенно (не прямо) зависеть от цен, по которым товары покупаются на рынке и от дохода потребителя. Эта зависимость и представлена в косвенной функции полезности: $V(p_1, ..., p_n, I)$.

Если либо цены, либо доход изменятся, то уровень полезности, который может быть достигнут, окажется под воздействием этих изменений. Иногда как в теории потребительского выбора, так и во многих других контекстах, полезно использовать этот косвенный подход, чтобы исследовать, как изменения в экономической ситуации приводят к различным результатам.

§2. Минимизация расходов потребителя при заданном уровне полезности.

Любая задача максимизации функции с ограничением связана со своей двойственной проблемой – задачей минимизации функции (ею является ограничение из первой задачи) при заданном ограничении (им становится целевая функция из первоначальной задачи). Так, например, экономисты исходят из того, что индивиды максимизируют свою полезность при заданном бюджетном ограничении. Это и есть первичная проблема потребителя. Двойственной к ней проблемой является минимизация расходов, которые необходимо сделать потребителю для того, чтобы достичь некоторого заданного уровня полезности.

~~**Графический анализ.**~~ Рассмотрим, прежде всего, графическое решение данной проблемы для случая двух благ в товарном наборе. Денежные расходы потребителя на покупку этих двух благ, обозначаемые как **E**, могут быть представлены следующим образом:

(2.12) $$E = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2$$

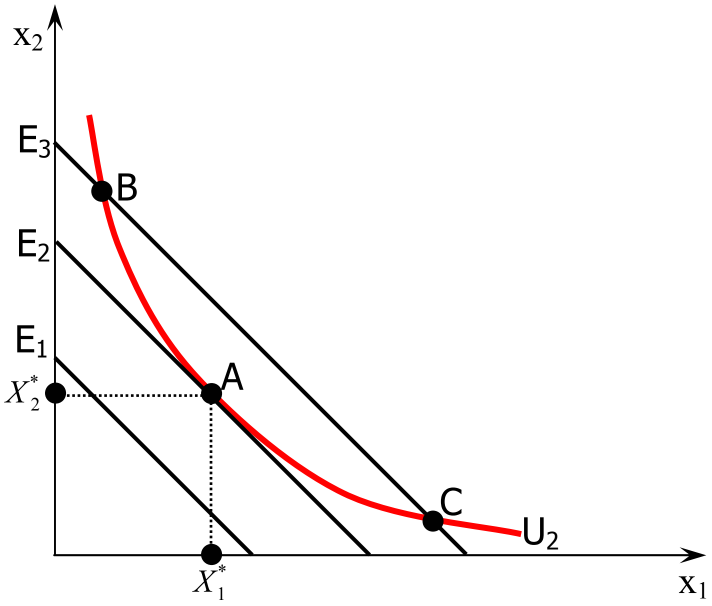

Рис. 2.2.

Рыночные цены предполагаются неизменными, следовательно, расходы потребителя будут зависеть от покупаемых количеств первого и второго блага.

График на рис. **2.2** иллюстрирует эту двойственную проблему минимизации расходов. В этой задаче потребитель желает достичь вполне определённого уровня полезности – U_2. И этот уровень полезности выступает в данной задаче как ограничение. Три бюджетные линии **E₁**, **E₂** и **E₃** показывают три возможных уровня расходов потребителя на покупку товаров **1** и **2**. Можно сказать, что в этой задаче потребитель «не очень сильно стеснён в денежных средствах». В принципе, он может достичь и более высокого уровня полезности, но не хочет – его интересует вполне определённый уровень полезности - U_2. Как потребителю достичь уровня U_2 с минимальными затратами? Ясно, что уровень расходов **E₁** слишком мал, чтобы достичь U_2, следовательно, он не может решить двойственную проблему. С расходами, заданными уровнем **E₃**, потребитель легко достигает уровня полезности U_2 (либо в точке **B**, либо в точке **C**), однако здесь расходы потребителя не являются минимальными. Уровень расходов **E₂** достаточен для того, чтобы достичь уровня полезности U_2, и при этом он является минимальным, так как линия **E₂** касается кривой безразличия U_2, а не пересекает её. Фактически решением двойственной проблемы будет покупка товарного набора (x_1^*, x_2^*), который соответствует точке касания линии расходов кривой безразличия, соответствующей требуемому уровню полезности U_2. Как известно из предыдущего параграфа, в этой точке выполняется условие равенства предельной нормы замещения обратному соотношению цен:

(2.13) $$MRS = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

Формализация проблемы минимизации расходов потребителя. При построении данной модели используются практически те же самые предпосылки, что и в задаче максимизации полезности при заданном бюджетном ограничении. Предполагается, что отношение предпочтения обладает свойствами сравнимости, транзитивности, рефлексивности, непрерывности, строгой монотонности и строго выпуклости. Представляющая это отношение предпочтения функция полезности является непрерывной, возрастающей, строго квази-вогнутой и дифференцируемой во всех точках. Бюджетное множество является ограниченным, замкнутым, непустым и выпуклым. Пусть требуемый уровень полезности $U(x_1,...,x_n)=\overline{U}>U(0,...,0)=0$. Пусть наша задача имеет решение в виде «внутреннего» минимума, при котором потребитель покупает только положительные, а не нулевые количества всех благ из товарного набора, то есть $x_i>0\ \ \forall i$.

Проблема минимизации расходов при заданном уровне полезности $\overline{U}$ имеет следующий вид:

(2.14)
$$\min_{x_1,...,x_n}(p_1x_1+p_2x_2+...+p_nx_n) \text{ } \textit{при условии, что}$$
$$U(x_1,...,x_n)=\bar{U}$$

Очевидно, что эта задача аналогична первичной проблеме максимизации полезности, но целевые функции и ограничения у этих двойственных проблем «меняются местами». Здесь мы снова имеем дело с задачей на условный экстремум. Поэтому выпишем функцию Лагранжа:

(2.15)
$$\mathbf{L}=p_1\cdot x_1+p_2\cdot x_2+...+p_n\cdot x_n-\lambda\cdot(U(x_1,...,x_n)-\overline{U})$$

Необходимым условием (или условием первого порядка) минимума этой функции является равенство нулю всех её частных производных:

(2.16)
$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_1}=p_1-\lambda\cdot\dfrac{\partial U(x_1,...,x_n)}{\partial x_1}=0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_2}=p_2-\lambda\cdot\dfrac{\partial U(x_1,...,x_n)}{\partial x_2}=0 \\ \vdots \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_n}=p_n-\lambda\cdot\dfrac{\partial U(x_1,...,x_n)}{\partial x_n}=0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda}=\overline{U}-U(x_1,...,x_n)=0 \end{cases}$$

Напомним, что в данной системе уравнений $p_1,...,p_n,\overline{U}=const$. Решив эту систему уравнений, мы найдём значения $x_1^*,x_2^*,...,x_n^*$, которые являются оптимальными количествами каждого из благ, то есть такими количествами, которые минимизируют расходы потребителя на покупку товарного набора, доставляющего ему полезность $\overline{U}$.

Разумеется условие первого порядка является лишь необходимым, но не достаточным условием минимума функции. Однако при наличии предпосылки о строгой выпуклости отношения предпочтения условие первого порядка позволяет определить минимум, а не максимум функции.

Для того, чтобы дать экономическую интерпретацию условию первого порядка, вернёмся к системе **(2.16)**. Произведя несложные преобразования (аналогичные тем, что были в предыдущем параграфе) первых двух уравнений, получаем:

(2.17)
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = \frac{MU_1}{MU_2} = MRS_{2\to 1}$$

Осуществляя подобные преобразования для каждой пары уравнений, получаем в общем виде условие минимизации расходов потребителя при заданном уровне полезности:

(2.18)
$$\frac{p_i}{p_j} = \frac{\partial U / \partial x_i}{\partial U / \partial x_j} = MRS_{j\to i}$$

Таким образом, в точке оптимального выбора предельная норма замещения одного блага другим должна быть равна соотношению цен этих двух благ.

Функции компенсированного спроса потребителя. При построении модели минимизации расходов мы исходим из предпосылки, что цены благ и требуемый уровень полезности являются постоянными величинами. Однако с течением времени цены на рынке растут или падают, желаемый уровень полезности также может измениться. В зависимости от этого будет меняться и количество каждого из благ, которые потребитель покупает на рынке. Поэтому если вы решите систему уравнений **(2.16)** в общем виде (не приписывая ценам и требуемому уровню полезности конкретные числовые значения), то оптимальные количества каждого блага предстанут как функции от цен и желаемого потребителем уровня полезности:

(2.19)
$$\begin{cases} x_1^* = h_1(p_1, p_2, ..., p_n, \overline{U}) \\ x_2^* = h_2(p_1, p_2, ..., p_n, \overline{U}) \\ \vdots \\ x_n^* = h_n(p_1, p_2, ..., p_n, \overline{U}) \end{cases}$$

Эти функции являются функциями спроса на блага *1,…, n*, так как отражают зависимость между количеством благ, спрашиваемых потребителем на рынке, и другими факторами. Заметим, однако, что в отличие от функций спроса, полученных при решении задачи максимизации полезности, когда количество спрашиваемых товаров зависело от цен и от дохода, функции спроса, полученные при решении задачи минимизации расходов, отражают зависимость количества спрашиваемых товаров от цен на эти товары, а также от некоторого фиксированного уровня полезности, на котором должен оставаться потребитель, потребляя тот или иной набор благ. Почему этот спрос называется компенсированным, мы узнаем позже. Хиксианским он называется в честь знаменитого экономиста Джона Хикса.

Важным свойством функций компенсированного спроса является их однородность нулевой степени относительно цен:

(2.20)

$$h_1(\alpha \cdot p_1,...,\alpha \cdot p_n,\overline{U}) = \alpha^0 \cdot h_1(p_1,..., p_n,\overline{U}) = h_1(p_1,..., p_n,\overline{U})$$

$$\vdots$$

$$h_n(\alpha \cdot p_1,...,\alpha \cdot p_n,\overline{U}) = \alpha^0 \cdot h_n(p_1,..., p_n,\overline{U}) = h_n(p_1,..., p_n,\overline{U})$$

$$\forall p_1,..., p_n,\overline{U} > 0 \text{ и } \forall \text{ числа } \alpha > 0$$

Это свойство означает, что если цены всех благ изменятся в α раз, то величина компенсированного спроса потребителя останется прежней при том же самом требуемом уровне полезности. Однако компенсированный спрос будет зависеть от выбранного нами уровня полезности $\overline{U}$: если потребитель хочет достичь более высокого уровня полезности, то он должен потреблять и большее количество благ.

Продемонстрируем однородность нулевой степени относительно цен данных функций для случая двух благ, используя графическое решение задачи минимизации расходов. Рассмотрим рис. **2.2**. На графике видно, что при первоначальных ценах (p_1, p_2) и требуемом уровне полезности U_3 наш потребитель выбирает набор (x_1^*, x_2^*). Пусть теперь цены обоих благ увеличились в α раз. От этого наклон бюджетной линии не изменится: $\frac{\alpha \cdot p_1}{\alpha \cdot p_2} = \frac{p_1}{p_2}$. Требуемый уровень полезности тоже не изменился. Следовательно, не изменился и оптимальный набор потребителя.

Функция расходов потребителя. Если изменится цена на любое из благ в потребительском наборе, или если целью потребителя станет другой уровень полезности, тогда станет оптимальным и другой товарный набор. Эта зависимость может быть представлена как функция расходов потребителя:

(2.21)

$$E_{min} = p_1 \cdot x_1^* + \ldots + p_n \cdot x_n^* = p_1 \cdot h_1(p_1,..., p_n,\overline{U}) +$$

$$+ \ldots + p_n \cdot h_n(p_1,..., p_n,\overline{U}) = E(p_1,..., p_n,\overline{U})$$

$$при\ \ p_i > 0,\ где\ i = 1,...,n,\ при\ \overline{U} > U(0,...,0).$$

Здесь $(x_1^*,...,x_n^*)$ – решение проблемы минимизации расходов при заданном уровне полезности. Таким образом, функция расходов потребителя – $E(p_1,...,p_n,\overline{U})$ – показывает **минимальные** денежные затраты, которые должен сделать потребитель, чтобы достичь некоторого заданного уровня полезности при определённых ценах, сложившихся на рынке.

Легко видеть, что функция расходов является однородной степени **1** по ценам:

(2.22)
$$E(\alpha \cdot p_1,...,\alpha \cdot p_n,\overline{U}) = \alpha \cdot p_1 \cdot x_1^* + ... + \alpha \cdot p_n \cdot x_n^* = \alpha \cdot E(p_1,...,p_n,\overline{U})$$
$$\forall p_1,...,p_n,\overline{U} > 0\ и\ \forall\ числа\ \alpha > 0.$$

Это свойство функции расходов означает, что увеличение цены каждого из благ в α раз потребует увеличения уровня минимальных расходов потребителя тоже в α раз.

<u>Пример для самостоятельного рассмотрения</u>. Предпочтения некоторого потребителя описываются функцией полезности Кобба-Дугласа: $U(x_1,x_2) = x_1^a \cdot x_2^{1-a}$, где $0 < \alpha < 1$. Сформулируйте проблему минимизации расходов потребителя при желаемом уровне полезности $\overline{U}$. Выведите функции компенсированного спроса и функцию расходов для данного потребителя.

<u>Формальная взаимосвязь между двойственными проблемами потребительского выбора.</u> Сравните выведенные функции компенсированного спроса с некомпенсированным спросом для функции Кобба-Дугласа из предыдущего параграфа. Легко видеть, что в общем случае они абсолютно различны, хотя условия максимизации полезности и минимизации расходов идентичны. Но в одном случае оптимальный набор из первичной задачи и оптимальный набор из задачи, двойственной к ней, будут идентичны. Это очень важное утверждение, которое понадобится нам при выводе уравнения Слуцкого, поэтому сформулируем его подробно:

1. Если $x^* = (x_1^*,...,x_n^*)$ является оптимальным потребительским набором в проблеме максимизации полезности при доходе $I > 0$, тогда x^* является оптимальным набором и в задаче минимизации расходов, если требуемый уровень полезности есть $U(x_1^*,...,x_n^*)$. Кроме того, минимальный уровень расходов в данной задаче в точности равен доходу потребителя – I – из проблемы максимизации полезности.

2. Если $x^* = (x_1^*,...,x_n^*)$ является оптимальным потребительским набором в задаче минимизации расходов при требуемом уровне полезности $\overline{U}$ > 0, тогда x^* является оптимальным набором и в проблеме максимизации полезности, если доход потребителя $I = p_1 \cdot x_1^* + ... + p_n \cdot x_n^*$.

Кроме того, максимальный уровень полезности в этой проблеме в точности равен $\overline{U}$ – требуемому значению полезности из задачи минимизации расходов.

Из сформулированного только что принципа двойственности можно получить несколько важных тождеств, раскрывающих связь между косвенной функцией полезности и функцией расходов, а также между функциями компенсированного и некомпенсированного спроса:

$$\forall p_1,...,p_n > 0,\ I > 0 \ и\ \overline{U} > 0$$

(2.23) $$E(p_1,...,p_n,V(p_1,...,p_n,I)) \equiv I$$

(2.24) $$V(p_1,...,p_n,E(p_1,...,p_n,\overline{U})) \equiv \overline{U}$$

(2.25) $$d_i(p_1,...,p_n,I) \equiv h_i(p_1,...,p_n,V(p_1,...,p_n,I))$$

(2.26) $$h_i(p_1,...,p_n,\overline{U}) \equiv d_i(p_1,...,p_n,E(p_1,...,p_n,\overline{U})).$$

§3. Особые случаи оптимального выбора потребителя.

В первом параграфе этой главы была представлена основная теоретическая модель оптимального выбора потребителя, лежащая в основе формирования индивидуального спроса. Это – хорошая и весьма корректная модель, которую мы будем неоднократно использовать в процессе изучения микроэкономики. Однако, как любая модель, она очень абстрактна, так как базируется на целом ряде упрощающих анализ предпосылок. Реальная жизнь гораздо сложнее и разнообразнее теоретических моделей. Поэтому в данном параграфе мы рассмотрим некоторые особые случаи оптимального выбора потребителя, которые были исключены из предыдущего анализа из-за наличия большого количества жёстких предпосылок.

Угловое решение, или граничный максимум. Как правило, задача максимизации полезности при заданном бюджетном ограничении имеет решение в виде «внутреннего» максимума, когда потребляются положительные (ненулевые) количества всех благ. Но в некоторых случаях предпочтения индивида таковы, что максимум полезности достигается при нулевом потреблении одного из благ. Если, например, наш индивид не очень сильно любит гамбургеры, то он, возможно, не станет тратить на их покупку какую-либо часть своего дохода. Эта возможность представлена графически на рис. **2.3**.

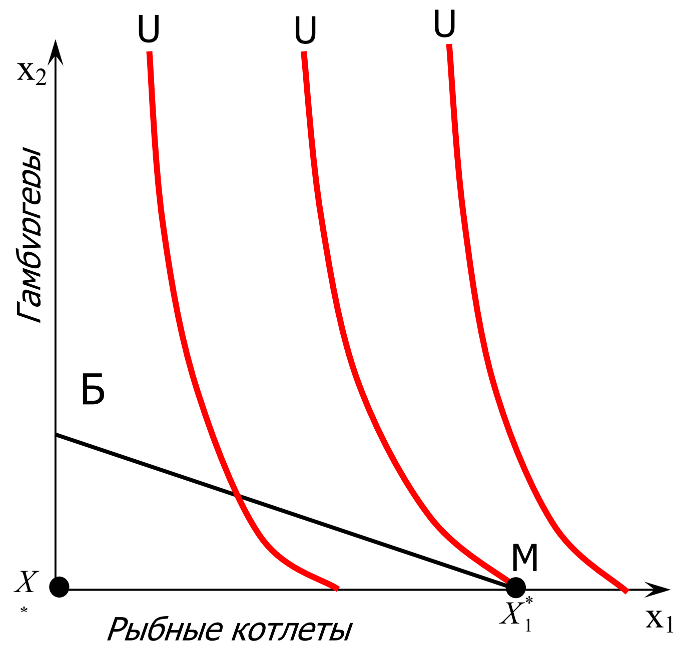

Рис. 2.3

Здесь предполагается, что индивид потребляет только рыбные котлеты (их количество показывается на оси абсцисс) и гамбургеры (их количество откладывается на оси ординат). Обратите внимание, что кривые безразличия на рис. **2.3** являются довольно крутыми. Их крутизна демонстрирует предпочтения потребителя относительно двух рассматриваемых благ. Очевидно, что наш индивид любит рыбные котлеты гораздо больше, чем гамбургеры, так как ради одной дополнительной котлеты он готов пожертвовать несколькими гамбургерами. Линия бюджетного ограничения в данном случае, напротив, является пологой. Это означает, что рыбные котлеты в данный момент времени сто́ят дешевле, чем гамбургеры. Понятно, что в такой ситуации рациональный потребитель вообще не станет покупать гамбургеры: они и менее предпочтительны, чем рыбные котлеты, и дороже последних.

Эта ситуация изображена на рис. **2.3**: оптимальный товарный набор (x_1^*, x_2^*) находится на границе потребительского множества. Функция полезности максимизируется в точке **M**, где $x^* = (x_1^*, 0)$. В этой точке гамбургеры не потребляются вообще, так как любая точка линии бюджетного ограничения, в которой покупается положительное количество гамбургеров $(x_2 > 0)$, даст потребителю меньшую полезность, чем точка **M**. Заметьте, что в точке **M** линия бюджетного ограничения не обязательно **касается** кривой безразличия U_3. На рис. **2.3** в этой точке бюджетная линия оказывается более пологой, чем кривая безразличия. Следовательно, в данной ситуации в точке оптимума соотношение цен двух благ оказывается меньше, чем предельная норма замещения второго товара первым:

(2.27) $$\frac{p_1}{p_2} < MRS_{2\to 1}\ (x_1^*, x_2^*)$$

В противоположность случаю с внутренним максимумом, неравенство между **MRS** и соотношением цен может возникать при угловом решении, потому что дальнейшее увеличение потребления первого блага за счёт сокращения количества второго блага уже невозможно. При данном наклоне бюджетной линии «внутренний» максимум достигается только при отрицательном количестве гамбургеров $(x_2 < 0)$, что вполне логично с точки зрения математики, однако не имеет экономического смысла. Если бы гамбургеры резко подешевели, бюджетная линия стала бы круче, и тогда, возможно, потребитель начал бы покупать и гамбургеры. Но это уже стандартная задача на «внутренний» максимум. Хотя угловые решения не будут составлять предмет основного анализа в нашем курсе, нам тем не менее следовало бы помнить о возможности появления таких решений.

Абсолютно взаимозаменяемые блага (совершенные субституты).

Совершенные субституты – это блага, которые служат для удовлетворения одинаковых потребностей, так что потребителю абсолютно всё равно, какой из этих товаров потреблять и они легко заменяют друг друга в потреблении. Предпочтения потребителя в отношении двух таких благ описываются функцией полезности:

(2.28) $U(x_1, x_2) = a \cdot x_1 + b \cdot x_2$, *где* $a > 0$, *и* $b > 0$; $a, b = const$

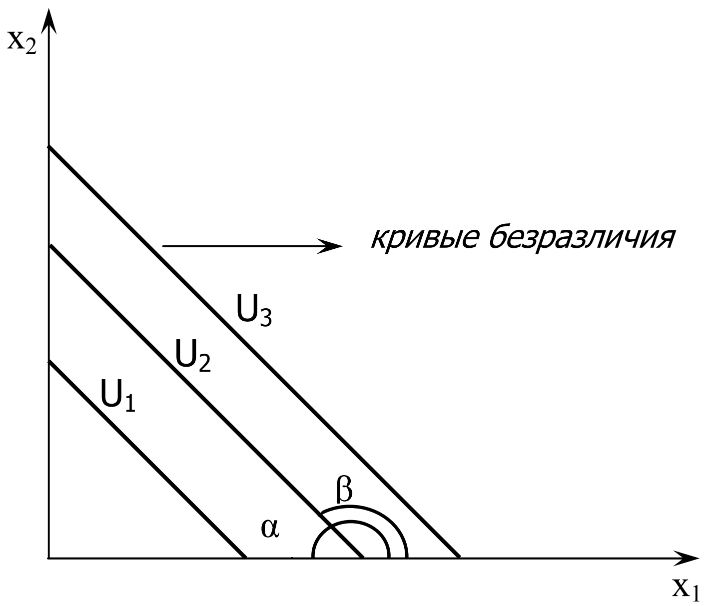

Рис. 2.4.

Поскольку товары **1** и **2** абсолютно взаимозаменяемы в потреблении, то естественно измерять полезность от общего числа этих товаров, значит мы имеем аддитивную функцию полезности. Покажем, что кривые безразличия в этом случае будут прямыми линиями.

(2.29) $a \cdot x_1 + b \cdot x_2 = const$

(2.30) $x_2 = \dfrac{const}{b} - \dfrac{a}{b} \cdot x_1,$

где $-\dfrac{a}{b} = tg\beta \qquad \dfrac{a}{b} = tg\alpha.$

Предельная норма замещения $MRS = \dfrac{a}{b}$, значит, **MRS** здесь не убывает, а является постоянной величиной, отражающей пропорцию, в которой один товар может быть заменён другим. На рис. **2.4** представлена карта кривых безразличия для товаров – совершенных субститутов.

Пусть, например, функция полезности имеет вид: $U(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$. Это означает, что нашему индивиду абсолютно всё равно, потребить две единицы второго блага или одну единицу первого блага. Действительно,

$$tg\alpha = \frac{x_2}{x_1} = \frac{a}{b} = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow x_2 = 2 \cdot x_1.$$

Таким образом, потребитель одну единицу первого блага обменяет только на две единицы второго блага. Следовательно, первое благо является для него в 2 раза более ценным, чем второе благо. В этом состоит экономический смысл коэффициентов в данной функции полезности: они показывают предпочтения потребителя относительно благ из товарного набора.

Приведём несколько примеров абсолютно взаимозаменяемых в потреблении благ. Для некоторых людей это могут быть Кока-кола и Пепси-кола, конфеты «Мишка косолапый» и «Мишка на севере», автомобили «Вольво» и «Тойота», джинсы «Levis» и «Wrangler».

Задача максимизации полезности для случая совершенных субститутов выглядит следующим образом:

(2.31)
$$\max_{x_1, x_2} U(x_1, x_2) = \max_{x_1, x_2} (a \cdot x_1 + b \cdot x_2) \text{ *при условии, что* }$$
$$p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = I$$

К сожалению, данная задача не может быть решена стандартным способом, описанным в **§1**. Здесь не выполняется предпосылка о строгой выпуклости отношения предпочтения, кривые безразличия являются прямыми линиями и, следовательно, предельная норма замещения не убывает по мере движения вдоль кривой безразличия, а является постоянной величиной, равной тангенсу угла наклона кривых безразличия. В общем случае наклон бюджетной линии может не совпадать с наклоном линии уровня полезности, как показано на рис.**2.5**, что приведёт нас к угловому решению, когда будет покупаться только одно из благ. На рис. **2.5** это первое благо, на которое потребитель и тратит весь свой доход: $x_1^* = \dfrac{I}{p_1}$; $x_2^* = 0$.

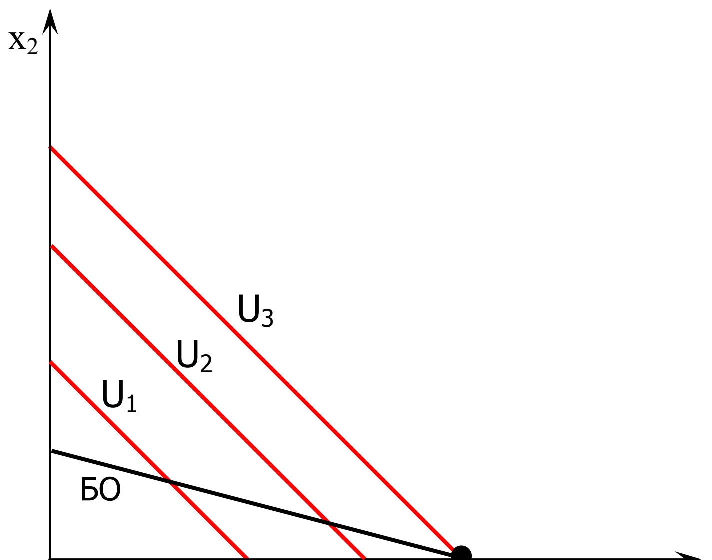

Рис. 2.5.

Если соотношение цен на рынке изменится, и линия бюджетного ограничения станет более крутой, то, возможно, потребитель переключится на потребление второго блага, перестав покупать первое.

Здесь предлагается **авторское** решение задачи потребительского выбора для случая совершенных субститутов, которое не приводится в других учебниках по микроэкономике. Возможно, вам удастся найти более простое и элегантное решение данной задачи.

Из уравнения бюджетного ограничения выразим x_2 через x_1 и подставим это выражение в функцию полезности:

(2.32) $$x_2 = \frac{I}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1$$

(2.33)
$$U = a \cdot x_1 + b \cdot (\frac{I}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1) = = (a - b \cdot \frac{p_1}{p_2}) \cdot x_1 + b \cdot \frac{I}{p_2}$$

Исследуем данную функцию, учитывая ограниченную область значений, которые может принимать x_1:

(2.34)
$$\begin{cases} U = (\frac{a}{b} - \frac{p_1}{p_2}) \cdot b \cdot x_1 + b \cdot \frac{I}{p_2} \\ x_1 \in \left[0; \frac{I}{p_1} \right] \end{cases}$$

Здесь функция полезности U зависит только от x_1 и она линейна. Следовательно,

а) если $\frac{a}{b} > \frac{p_1}{p_2}$, тогда $U(x_1)$ – возрастающая функция и её максимум достигается при наибольшем значении x_1, то есть при $x_1^* = \frac{I}{p_1}$. Тогда $x_2^* = 0$.

б) если $\frac{a}{b} < \frac{p_1}{p_2}$, тогда $U(x_1)$ – убывающая функция и её наибольшее значение будет достигаться при наименьшем значении $x_1 \Rightarrow x_1^* = 0,\ x_2^* = \frac{I}{p_2}$.

в) если $\frac{a}{b} = \frac{p_1}{p_2}$, тогда U не зависит от $x_1 \Rightarrow x_1^* \in \left[0; \frac{I}{p_1} \right],\ x_2^* \in \left[0; \frac{I}{p_2} \right]$.

Итак, функция некомпенсированного спроса на товар 1 может быть представлена следующим образом:

(2.35)
$$\begin{cases} x_1^* = \frac{I}{p_1},\ \textit{если}\ \frac{a}{b} > \frac{p_1}{p_2} \\ x_1^* \in \left[0; \frac{I}{p_1} \right],\ \textit{если}\ \frac{a}{b} = \frac{p_1}{p_2} \\ x_1^* = 0,\ \textit{если}\ \frac{a}{b} < \frac{p_1}{p_2} \end{cases}$$

Этот вывод согласуется с принципом углового решения: если $MRS > \frac{p_1}{p_2}$ (а в нашем случае $MRS = \frac{a}{b}$), то потребитель будет потреблять только первое благо.

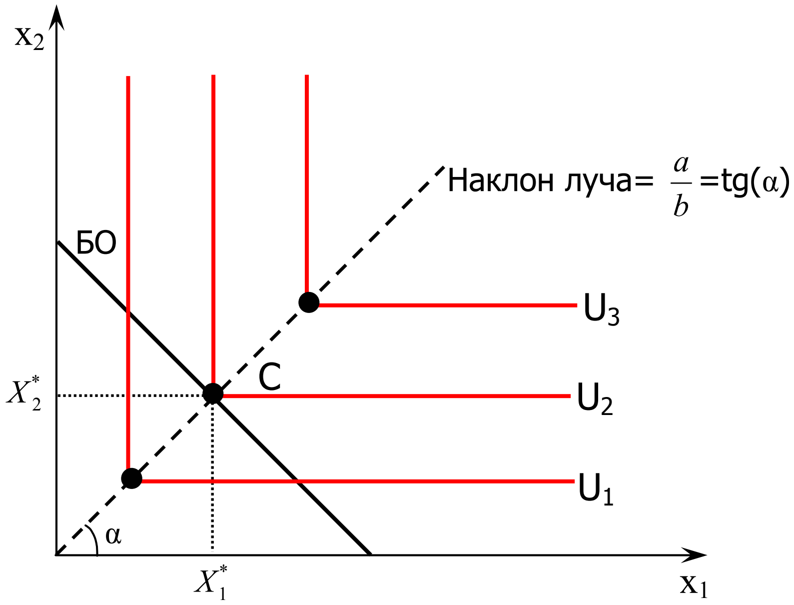

Рис. 2.6.

Абсолютно взаимодополняемые блага (совершенные комплементы). Это такие товары, которые всегда потребляются вместе некоторым индивидом и всегда в фиксированной пропорции. В реальной жизни примерами таких благ могут служить правая и левая перчатка, правый и левый ботинок, теннисная ракетка и теннисный мяч. Для отдельных потребителей это – чай и сахар, кофе и молоко, джин и тоник. Вообще следует иметь в виду, что принадлежность благ к совершенным комплементам и совершенным субститутам зависит только от вкусов и предпочтений того или иного потребителя. Для кого-то, например, огурцы и помидоры являются взаимозаменяемыми благами, а кто-то потребляет их только вместе в салате как взаимодополняемые товары.

Здесь не выполняются предпосылки о строгой монотонности и строгой выпуклости отношения предпочтения. Функция полезности не дифференцируема и не возрастает при увеличении значения только одной из переменных. Кривые безразличия (см. рис. **2.6**) имеют необычную конфигурацию.

Такой вид кривых безразличия означает, что увеличение количества одного из благ без соответствующего увеличения количества другого блага не изменит полезности этого набора для потребителя. Отсюда понятно, что норма замещения одного блага другим в этом случае равна нулю:

(2.36) $$RS = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}\bigg|_{U=const} = \frac{0}{\Delta x_1} = 0$$

В принципе, можно также сказать, что норма замещения одного блага другим бесконечно велика:

(2.37) $$\left| RS = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \right|_{U=const} = -\frac{\Delta x}{0} = \rightarrow \pm\infty$$

Предельная норма замещения $MRS = 0$, так как $-\frac{dx_2}{dx_1} = 0$ при подходе справа ($-\frac{dx_2}{dx_1}$ при походе слева не существует).

Функция полезности для совершенных комплементов будет иметь вид:

$$\textbf{(2.37)}\quad U(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\},\ \textit{где}\ a, b > 0,\ a, b = const$$

Знак «min» означает, что уровень полезности определяется значением наименьшего из элементов в фигурных скобках. Рассмотрим три возможных случая.

Пусть $a \cdot x_1 < b \cdot x_2$, тогда $U(x_1, x_2) = a \cdot x_1$.

В этом случае количество второго блага оказывается избыточным. Пусть теперь

$a \cdot x_1 > b \cdot x_2$, тогда $U(x_1, x_2) = b \cdot x_2$.

Здесь избыточным оказывается количество первого блага. И, наконец, предположим, что $a \cdot x_1 = b \cdot x_2$, тогда $U(x_1, x_2) = a \cdot x_1 = b \cdot x_2$. Здесь товары потребляются в нужных пропорциях. Когда это происходит,

$$\textbf{(2.38)}\quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{a}{b}.$$

Это и есть пропорция, в которой должны потребляться блага, являющиеся совершенными комплементами. Экономический смысл коэффициентов в данной функции полезности в том и состоит, что они показывают пропорцию потребления взаимодополняемых благ.

Пусть, например, потребитель всегда на одну чашку чая кладёт две ложки сахара: x_1 – число чашек чая; x_2 – число ложек сахара. Тогда $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, \frac{1}{2}x_2\}$, то есть $a = 1,\ b = \frac{1}{2}$.

Задача максимизации полезности для случая совершенных комплементов выглядит следующим образом:

$$\textbf{(2.39)}\quad \begin{array}{l} \max\limits_{x_1, x_2} U(x_1, x_2) = \max\limits_{x_1, x_2} (\min\{ax_1, bx_2\}) \\ \textit{при условии, что}\ p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = I \end{array}$$

К сожалению, данная задача не может быть решена стандартным способам, описанным в **§1**, так как рассматриваемая функция полезности является недифференцируемой. Её графическое решение представлено на рис. **2.6**. Оптимальный набор (x_1^*, x_2^*) всегда будет находиться на луче, выходящем из начала координат под углом, тангенс которого равен $\frac{a}{b}$, в той его точке, где этот луч пересекается с линией бюджетного ограничения. На рис. **2.6** это точка **C**. Данное графическое решение означает, что потребитель максимизирует полезность, полностью расходуя свой доход на покупку товарного набора, и потребляет блага в правильной пропорции.

Однако графический анализ не позволяет вывести функции спроса потребителя. Здесь предлагается **авторское** решение задачи потребительского выбора для случая совершенных комплементов, которое не приводится в других учебниках по микроэкономике. Возможно, вам удастся найти более простое и элегантное решение данной задачи.

Из уравнения бюджетного ограничения выразим x_2 через x_1 и подставим это выражение в функцию полезности:

$$x_2 = \frac{I}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1 \quad \Rightarrow \quad U(x_1) = \min\left\{ a \cdot x_1, b \cdot \left(\frac{I}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1\right) \right\}$$

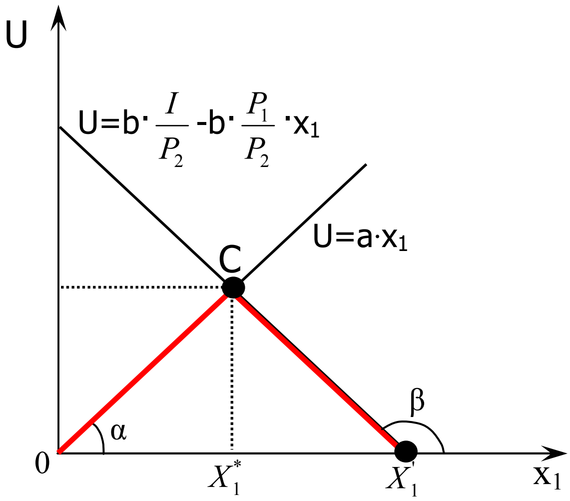

Рис. 2.7.

Теперь U зависит только от одной переменной – x_1. В фигурных скобках представлены фактически два типа зависимости U от x_1: $U(x_1) = a \cdot x_1$ $U(x_1) = b \cdot \frac{I}{p_2} - b \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1$. Обе зависимости линейные и представлены на рис. **2.7** в виде прямых. Прямая $U = a \cdot x_1$ имеет положительный наклон $(tg\alpha = a)$. Вторая зависимость отрицательная: $tg\beta = -b \cdot \frac{p_1}{p_2}$. Для того, чтобы определить минимальное значение функции, мы сравниваем два значения U на каждой из прямых $\forall x_1$. Очевидно, что на интервале $x_1 \in \left[0, x_1^*\right)$:

$$a \cdot x_1 < b \cdot \frac{I}{p_2} - b \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1 \Rightarrow U(x_1) = a \cdot x_1,$$

а на интервале $x_1 \in (x_1^*, x_1^/)$:

$$a \cdot x_1 > b \cdot \frac{I}{p_2} - b \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1 \Rightarrow U(x_1) = b \cdot \frac{I}{p_2} - b \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1$$

В точке x_1^*:

$$U(x_1) = a \cdot x_1 = b \cdot \frac{I}{p_2} - b \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1$$

Итак, мы определили $U(x_1)$ как минимальное из двух наблюдаемых значений U $\forall x_1$. На рис. **2.7** это – жирно выделенная часть графика. А теперь, чтобы максимизировать функцию полезности, нужно из минимальных значений U найти максимальное значение. На графике видно, что максимум $U(x_1)$ наблюдается в точке С, то есть при x_1^*. В этой точке выполняется равенство:

$$a \cdot x_1^* = b \cdot \frac{I}{p_2} - b \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1^*$$

Решив это уравнение относительно x_1^*, получим функцию некомпенсированного спроса потребителя на первое благо:

(2.40) $$x_1^* = \frac{b \cdot I}{b \cdot p_1 + a \cdot p_2}$$

Для того, чтобы найти функцию некомпенсированного спроса на второе благо, подставим найденное значение x_1^* в уравнение бюджетной линии:

$$x_2^* = \frac{I}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{b \cdot I}{b \cdot p_1 + a \cdot p_2}$$

После несложных преобразований получаем:

(2.41) $$x_2^* = \frac{a \cdot I}{b \cdot p_1 + a \cdot p_2}$$

Легко видеть, что спрос потребителя на каждое из благ прямо зависит от дохода потребителя и обратно – от цены данного блага. Аналогичная зависимость наблюдалась и для функции полезности Кобба-Дугласа, и для совершенных субститутов. В рассматриваемом случае спрос потребителя на каждое из благ, кроме того, обязательно зависит и от цены другого блага, причём в обратном отношении: чем дороже товар **1**, тем меньше спрос на товар **2**. Это связано с тем, что совершенные комплементы потребляются только вместе и никогда не потребляются порознь.

Пример для самостоятельного рассмотрения. Выведите косвенную функцию полезности для случая двух благ, являющихся совершенными комплементами.