Микроэкономика, пример решения задачи
Функция полезности

ЗАДАНИЕ.

Функция полезности имеет вид: TU=4xy, где X и Y- количество товаров. Расходы потребителя на эти два товара в месяц равны 1200 р., цена товара X-400 р., товара Y-300 р. Определите оптимальный объем ежемесячных закупок двух данных товаров и соответствующее ему значение общей полезности.

РЕШЕНИЕ.

Найдем функцию предельной полезности для товара X: $MU_X=4Y$

Найдем функцию предельной полезности для товара Y: $MU_Y=4X$

Бюджетное ограничение потребителя описывается выражением:

$$I = Px*X + Py*У$$

Тогда:

$$400X+300Y=1200$$

$$X=(1200-300Y)/400=3-0,75Y$$

Правило максимизации полезности описывается выражением:

$$MUx/Px = MUy/Py,$$

$MU_{x,}$ MU_y - предельная полезность товара X и Y соответственно;

$P_{x,}$ P_y – цена товара X и Y соответственно.

Подставляем значение X в выражение максимизации полезности:

$$\frac{4Y}{400}=\frac{4*(3-0,75Y)}{300}$$

$$0,01Y = 0,04 - 0,01Y$$

$$0,02Y = 0,04$$

$$Y = 2$$

Следовательно, X=3-0,75*2=1,5

Оптимальный объем ежемесячных закупок составит 1,5 ед. товара X и 2 ед. товара Y.

Значение общей полезности составит:

$$TU=4xy=4*1,5*2=12$$

Микроэкономика, пример решения задачи
Максимизация полезности потребителем

ЗАДАНИЕ.

Условия: потребитель расходует 200 руб. в неделю на покупку товаров А и В.

	Цена (руб.)	*Кол-во покупаемых единиц товаров*	*Общая полезность*	*Предельная полезность*
A	*7*	*20*	*500*	*20*
B	*5*	*12*	*1000*	*30*

Задание: Объяснить, как должен поступать потребитель, чтобы максимизировать получаемую полезность при данном бюджете.

РЕШЕНИЕ.

Правило максимизации полезности: потребитель будет предъявлять спрос на товар до тех пор, пока предельная полезность в расчете на одну денежную единицу, потраченную на данный товар, станет равна предельной полезности на денежную единицу, израсходованную на другой товар.

$20/7 \neq 30/5$

Следовательно потребителю следует увеличить потребление продукта В, сократив потребление продукта А

В соответствии с законом убывающей предельной полезности по мере увеличения количества потребляемого товара его предельная полезность имеет тенденцию к сокращению, то следует покупать больше товара А и меньше товара В.

Микроэкономика, пример решения задачи
Использование денежного запаса потребителя

ЗАДАНИЕ.

Потребитель покупает три товара X и Y, Z, цены которых соответственно равны Px=100 руб.; Py=70 руб.; Pz=50 руб.

Функции общей полезности разных благ:

$$F(TU(x)) = 3\sqrt{Qx}$$

$$F(TU(y)) = 5\sqrt{Qy}$$

$$F(TU(z)) = 5\sqrt{Qz}$$

Определить:

1) каким образом потребитель может использовать денежный запас 500 рублей для достижения максимальной полезности при потреблении и рассчитать её количественно;

2) то же, если при покупке более, чем 2-х товаров Px снижается на 25%, а Py – на 50%

РЕШЕНИЕ.

1) Найдем предельную полезность каждого блага:

функция предельной полезности это производная от функции общей полезности блага

$$MU(x) = (TU(x))' = (3\sqrt{Qx})' = \frac{3}{2\sqrt{Qx}}$$

$$MU(y) = (TU(y))' = (5\sqrt{Qy})' = \frac{5}{2\sqrt{Qy}}$$

$$MU(z) = (TU(z))' = (5\sqrt{Qz})' = \frac{5}{2\sqrt{Qz}}$$

Найдем количества товара X и Y , приносящие потребителю максимум полезности при заданных ограничениях по ценам и доходу.

$$\frac{MU(X)}{MU(M)}=\frac{P(X)}{P(M)}\Rightarrow\frac{\frac{3}{2\sqrt{Qx}}}{\frac{5}{2\sqrt{Qy}}}=\frac{100}{70}\Rightarrow\frac{9Qy}{25Qx}=\frac{10}{7}\Rightarrow 63Qy=250Qx$$

$$500=100Qx+70Qy$$

$$500=\frac{100*63Qy}{250}+70Qy$$

$$Qy=5.25$$

$$Qx=\frac{63*5.25}{250}=1.323$$

Потребитель получит максимум полезности, если будет потреблять количество товара X =1.323 ед. и Y =5.25 ед.

2) потребитель потребляет три товара X, Y и Z

Новые цены Px =75, Py=35, Pz=50

$$\frac{MU(X)}{MU(M)}=\frac{P(X)}{P(M)}\Rightarrow\frac{\frac{3}{2\sqrt{Qx}}}{\frac{5}{2\sqrt{Qy}}}=\frac{75}{50}\Rightarrow\frac{9Qy}{25Qx}=\frac{15}{7}\Rightarrow 63Qy=375Qx$$

$$\frac{MU(Y)}{MU(Z)}=\frac{P(Y)}{P(Z)}=\frac{\frac{5}{2\sqrt{Qy}}}{\frac{5}{2\sqrt{Qz}}}=\frac{35}{50}\Rightarrow 50Qz=35QY$$

$$500 = 75Qx + 35Qy + 50QZ$$

$$Qx = \frac{63Qy}{375}$$

$$Qz = \frac{35Qy}{50}$$

$$500 = \frac{75*63Qy}{375} + 35Qy + \frac{50*35Qz}{50}$$

$$Qy = 6.05$$

$$Qx = \frac{63*6.05}{375} = 1.017$$

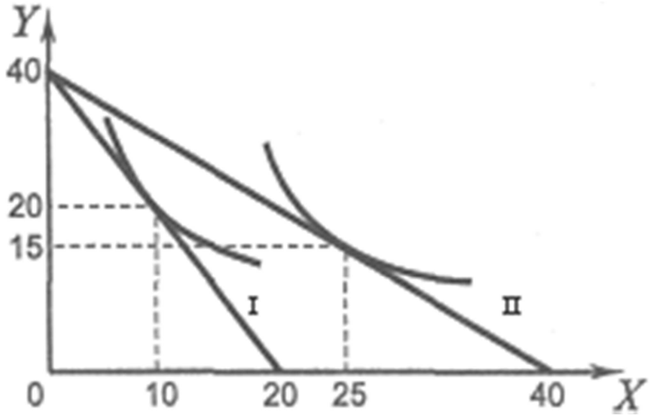
$$Qz = \frac{35*6.05}{50} = 4.24$$

Потребитель получит максимум полезности, если будет потреблять количество товара X =1.017 ед. ,Y =6,05 ед. и Z=4.24 ед.

Микроэкономика, пример решения задачи
Бюджетные линии. Кривые безразличия

Задание.

Допустим, потребитель имеет доход 200 ден. ед. На рисунке показаны две бюджетные линии (I и II) и соответствующие им кривые безразличия.



Определить координаты (P,Q) двух точек линии спроса данного потребителя на товар X.

Решение.

Для определения координат линии спроса, необходимо рассчитать цены на товар X в точках равновесия потребителя.

Запишем уравнение дохода потребителя:

I = Px*X + Py*Y,

I – доход;

X, Y – количества товаров;

Px, Py – их цены.

Для линии I:

200 = Px*X + Py*Y

Определяем цены из точек пересечения бюджетной линии с осями:

Px = 200/20 = 10;

Py = 200/40 = 50.

Первая точка линии спроса на X (P = 10; Q = 10 – из точки равновесия).

Для линии II:

200 = Px*X + Py*Y

Определяем цены из точек пересечения бюджетной линии с осями:

Px = 200/40 = 5;

Py = 200/40 = 50.

Вторая точка линии спроса на X (P = 5; Q = 25 – из точки равновесия).

Микроэкономика, пример решения задачи
Полезность благ. Оптимизация бюджета

ЗАДАНИЕ.

Общая полезность благ **α** *и* ***β*** *для некоего потребителя описывается уравнениями* $\mathbf{U_\alpha = q_a(15 - 0{,}5q_a)}$, $\mathbf{U_\beta = q_\beta(30 - q_\beta)}$. *Допустим, потребитель располагает бюджетом для покупки* α *и* β *в размере 120 руб., цены на* **α** *и* ***β*** *равны соответственно 5 и 10 руб. Определить количество* **α** *и* ***β*** *максимизирующее полезность потребителя.*

РЕШЕНИЕ.

Запишем бюджетное уравнение:

$120 = 5\, q_a + 10\, q_\beta$

В результате допустимое количество q_β определяется следующим образом:

$q_\beta = (120 - 5\, q_a)/10 = 12 - 0{,}5q_a$

Из этого равенства определяем допустимые наборы (q_a; q_β), определяем общую полезность данного набора.

Результаты записываем в таблицу:

q_α	q_β	U_α	U_β	U
0	12	0	216	216
2	11	28	209	237
4	10	52	200	252
6	9	72	189	261
8	**8**	**88**	**176**	**264**
10	7	100	161	261
12	6	108	144	252
14	5	112	125	237
16	4	112	104	216
18	3	108	81	189
20	2	100	56	156
22	1	88	29	117
24	0	72	0	72

Мы видим, что максимальная полезность достигается при покупке 8 единиц товара α и 8 единиц товара β, она равна 264 (выделено жирным в таблице).

Микроэкономика, пример решения задачи
Покупка рационального покупателя

ЗАДАНИЕ.

Потребитель тратит $7 в день на товары X и Y. MU товара X для него равна 10 – x, где x - количество X в шт. MU товара Y: 21 – 2y, где y - количество Y в шт. P 1 ед. товара X = $1, P 1 ед. Y = $1. Какое количество X и Y купит рациональный покупатель?

РЕШЕНИЕ.

Рациональный покупатель руководствуется соотношением:

$$\frac{MU_x}{P_x}=\frac{MU_y}{P_y}$$

При этом существует бюджетное ограничение: $x\cdot P_x+y\cdot P_y=7$

Подставляем имеющиеся данные.

$$\frac{MU_x}{P_x}=\frac{MU_y}{P_y}\Rightarrow\frac{10-x}{1}=\frac{21-2y}{1}$$

$$1\cdot x+1\cdot y=7$$

Получаем систему:

$$\begin{cases}10-x=21-2y\\ x+y=7\end{cases}$$

Решаем.

$$\begin{cases}10-x=21-2y\\ x+y=7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\\ x=7-y\end{cases}$$

$$10-(7-y)=21-2y$$

$$3+y=21-2y$$

$$y+2y=21-3$$

$$3y=18$$

$$y=6$$

$$x=7-y=1$$

Покупатель купит 1 единицу товара X и 6 единиц товара Y.

Микроэкономика, пример решения задачи
Предельная полезность и объем покупок

ЗАДАНИЕ.

В таблице представлена предельная полезность для походов в магазин.

Объем покупок	*MU хлеба*	*MU молока*	*MU сахара*
1	*15*	*12*	*10*
2	*10*	*11*	*8*
3	*8*	*10*	*6*
4	*7*	*7*	*3*
5	*5*	*6*	*1*

Имея 100 руб. 80 коп. потребитель купил 3 буханки хлеба по цене 8 руб. за буханку, 4 пакета молока по 11 руб. 20 коп. за пакет и 2 пачки сахара по 16 руб. за пачку. Достиг ли он максимума полезности? Ответ обосновать и в случае отрицательного ответа определить объем покупок, обеспечивающий максимум полезности при данном бюджете.

РЕШЕНИЕ.

Равновесие потребителя – это состояние, при котором он покупает товары по данным ценам в таких объемах, что расходует весь свой доход и максимизирует полезность.

Правило, согласно которому достигается максимум полезности для потребителя, распространяется на любое количество товаров, поэтому его можно выразить так:

$$\frac{MU_a}{P_a}=\frac{MU_b}{P_b}=\frac{MU_c}{P_c}=\ldots=\frac{MU_n}{P_n}$$

где MU – предельная полезность i-того блага;

P - цена i-того блага.

Получаем:

$\frac{8}{8} \neq \frac{7}{11{,}2} \neq \frac{8}{16}$ - условие максимизации полезности не соблюдается.

Товарный набор, обеспечивающий максимум полезности индивиду при заданных ценах и бюджете, определим из равенства отношения предельной полезности к цене по всем благам:

Объем покупок	MUхл/Pхл	MUмол/Pмол	MUсах/Pсах
1	1,88	1,07	**0,63**
2	1,25	0,98	0,50
3	1,00	0,89	0,38
4	0,88	**0,63**	0,19
5	**0,63**	0,54	0,06

Из таблицы видно, что для максимизации полезности индивиду необходимо купить 5 буханок хлеба, 4 литра молока и 1 кг сахара.

Микроэкономика, пример решения задачи
Кривая безразличия

ЗАДАНИЕ.

Построить кривую безразличия для двух абсолютно взаимозаменяемых товаров: пепси-колы и кока-колы, если их цены за литр равны 8 и 10 ден. ед. при бюджете на их потребление, равном 40 ден. ед.

РЕШЕНИЕ.

Для двух совершенно взаимозаменяемых товаров кривые безразличия представляют собой прямые линии, имеющие отрицательный наклон. Бюджетная линия – это прямая, показывающая ограничение доходом возможного потребления:

$P_X*X + P_Y*Y = M$, где

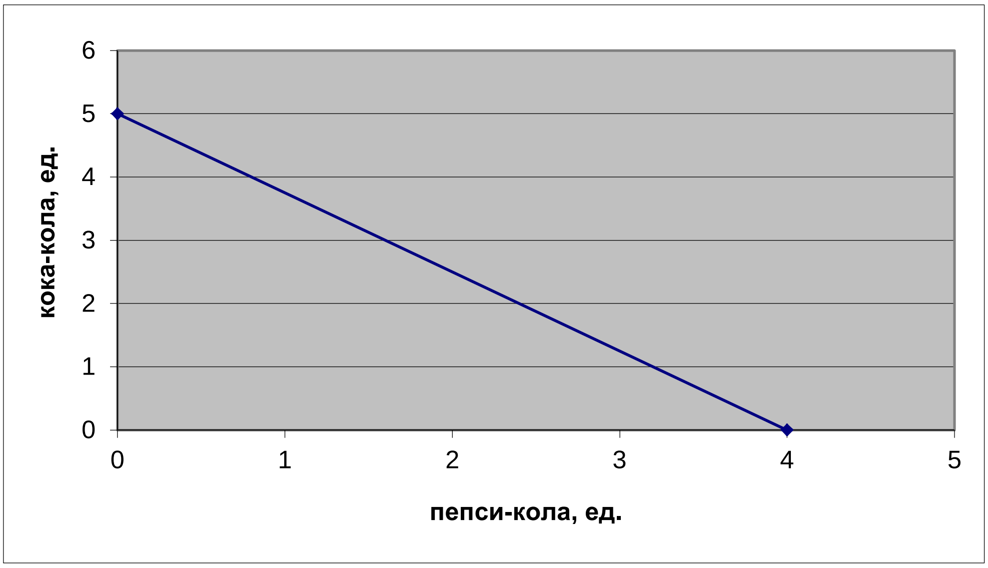
M - доход, т. е. количество денег, которым ограничено потребление.

Если обозначить пепси-колу как X, а кока-колу как Y, то в данном случае бюджетная линия будет иметь вид:

$8X + 10Y = 40$

$Y = 4 – 0,8X$

Построим график:



Если ограничиваться только одним товаром, то потребитель может приобрести или 4 ед. пепси-колы или 5 ед. кока-колы.

Микроэкономика, пример решения задачи
Функция полезности Неймана-Моргенштерна

ЗАДАНИЕ.

Индивидуум имеет функцию полезности типа Неймана—Моргенштерна, а элементарная функция полезности строго возрастает и зависит только от одного аргумента (денег). Лотерея $6 и $10 с вероятностями 1/3 и 2/3 и лотерея $3 и $9 с вероятностями 2/3 и 1/3 для него эквивалентны. Что можно сказать о склонности данного индивида к риску?

РЕШЕНИЕ.

Полезность фон Неймана–Моргенштерна для двух благ можно представить в виде:

$U = p_1U_1 + p_1U_2$, где $p_1 + p_2 = 1$.

В первой игровой ситуации : $U(1) = 6 \cdot \frac{1}{3} + 10 \cdot \frac{2}{3} = \frac{26}{3}$; во второй игровой ситуации $U(2) = 3 \cdot \frac{2}{3} + 9 \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{3} = 5$.

Функционал риска, как известно, является линейным относительно суммы риска: $R(U) = kU$, причем $k > 0$, поэтому для объективного риска выполняться соотношение $R(U_1) > R(U_2)$, ибо $R(U_1) - R(U_2) = k(U_1 - U_2) = \frac{11}{3}k$ в данном случае. Однако обе лотереи для индивида эквивалентны, из чего следует, что для получения дополнительной пользы в виде дополнительной прибыли он склонен к необоснованному риску.

Сумма его необоснованного риска в данном случае равна:

$\frac{26}{3}-\frac{15}{3}=\frac{11}{3}=3\frac{2}{3}\$$.

Микроэкономика, пример решения задачи
Функция полезности набора из двух товаров

ЗАДАНИЕ.

Пусть функция полезности наборов из двух товаров $X=(x_1,x_2)$ *имеет вид* $u(x_1,x_2)=x_1^{b1}x_2^{b2}$, *где* $b_1=\frac{1}{3+4}=\frac{1}{7}, b_2=\frac{1}{5+1}=\frac{1}{6}$.

- *Найти набор товаров, который имеет такую же полезность, как набор* $X_1=(5{,}3)$ *и количество второго товара равно 1.*
- *Для набора* $X_1=(5{,}3)$ *найти предельные полезности первого и второго товаров.*
- *В наборе* $X_1=(5{,}3)$ *количество первого товара увеличивается на 0,1, а второго уменьшается на 0,2. Найти приближённое изменение полезности.*

РЕШЕНИЕ.

1.Функция полезности имеет вид: $u(x_1,x_2)=x_1^{\frac{1}{7}}x_2^{\frac{1}{6}}$. Найдём полезность набор $X_1=(5{,}3)$:

$$u(5{,}3)=5^{\frac{1}{7}}\cdot 3^{\frac{1}{6}}=1\frac{45}{88}$$

Кривая безразличия $x_1^{\frac{1}{7}}x_2^{\frac{1}{6}}=1\frac{45}{88}$ определяет все наборы товаров, которые имеют такую же полезность как набор $X_1=(5{,}3)$. Из этого уравнения можно найти набор товаров, в котором количества второго товара равно $x_2=1$, подставив это значение в уравнение кривой безразличия $x_1^{\frac{1}{7}} 1^{\frac{1}{6}} = 1\frac{45}{88}$, $x_1 = \frac{9}{989}$. Таким образом, наборы $X_1 = (5,3)$ и $X_2 = (\frac{9}{989},1)$ безразличны для потребителя.

2.Найдём частные производные функции полезности $u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{7}} x_2^{\frac{1}{6}}$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{1}{7} x_1^{-\frac{6}{7}} x_2^{\frac{1}{6}}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{1}{6} x_1^{\frac{1}{7}} x_2^{-\frac{5}{6}}$$

Предельная полезность первого товара в наборе $X_1 = (5,3)$ равна значению частной производной $\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{1}{7} x_1^{-\frac{6}{7}} x_2^{\frac{1}{6}}$ в точке (5,3):

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(5,3) = \frac{1}{7} \cdot 5^{-\frac{6}{7}} \cdot 3^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{23}.$$

Предельная полезность второго товара в наборе $X_1 = (5,3)$ равна значению частной производной $\frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{1}{6} x_1^{\frac{1}{7}} x_2^{-\frac{5}{6}}$ в точке (5,3):

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(5,3) = \frac{1}{6} \cdot 5^{\frac{1}{7}} \cdot 3^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{12}.$$

Найдём изменение полезности, если количество первого товара увеличивается на 0,1, т.е. $\Delta x_1 = 0{,}1$, а количество второго товара уменьшается на 0,2, т.е. $\Delta_2 = -0{,}2$. Приближённое изменение полезности вычислим по формуле

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial x_1}(5,3) \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2}(5,3) \cdot \Delta x_2 = \frac{1}{23} \cdot 0{,}1 + \frac{1}{12} \cdot (-0{,}2) = -0{,}0123.$$

Следовательно, полезность набора $X_1 = (5,3)$, равная $1\frac{45}{88}$, уменьшается на 0,0123. Таким образом, полезность нового набора $X_3 = (5,1;2,8) = 1\frac{1}{2}$.

Микроэкономика, пример решения задачи
Функция полезности. Модель Стоуна

ЗАДАНИЕ.

Функция полезности потребителя имеет вид $u(x_1, x_2) = (x_1 - a_1)^{b1}(x_2 - a_2)^{b2}$,

где $b_1 = \frac{1}{3+4} = \frac{1}{7}, b_2 = \frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}, a_1 = 10(1+4) = 50, a_2 = 20(1+1) = 40$.

1.Найти равновесный спрос и его полезность, если рыночная цена первого товара $p_1 = 5$, *рыночная цена второго товара* $p_2 = 3$ *и потребитель выделяет на приобретение товаров сумму* $M = 5000$ *денежных единиц.*

2.Найти функции спроса на оба вида товаров.

3.Найти спрос на оба товара при увеличении дохода на 30 денежных единиц и при уменьшении дохода на 60 денежных единиц.

РЕШЕНИЕ.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$u(x_1, x_2) = (x_1 - 50)^{\frac{1}{7}}(x_2 - 40)^{\frac{1}{6}}.$$

Вычислим равновесный спрос при заданных ценах и доходе. Найдём стоимость минимального набора товаров

$$p_1a_1 + p_2a_2 = 5 \cdot 50 + 3 \cdot 40 = 370.$$

Оставшаяся сумма денег $M - p_1a_1 - p_2a_2 = 5000 - 370 = 4630$ распределяется пропорционально коэффициентам эластичности этих товаров

$$\frac{b_1}{b_1 + b_2} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}} = \frac{6}{13}, \qquad \frac{b_2}{b_1 + b_2} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}} = \frac{7}{13}.$$

На приобретение первого товара выделяется сумма

$$\frac{b_1}{b_1+b_2}(M-p_1a_1-p_2a_2)=\frac{6}{13}\cdot 4630=2137.$$

На приобретение 2-го товара - сумма

$$\frac{b_2}{b_1+b_2}(M-p_1a_1-p_2a_2)=\frac{7}{13}\cdot 4630=2493.$$

Поделив выделенные средства на рыночные цены товаров, получаем количество товара, приобретаемое сверх установленных нормативов

$$\frac{\frac{b_1}{b_1+b_2}(M-p_1a_1-p_2a_2)}{p_1}=\frac{2137}{5}=427{,}4,$$

$$\frac{\frac{b_2}{b_1+b_2}(M-p_1a_1-p_2a_2)}{p_2}=\frac{2493}{3}=831$$

Таким образом, оптимальный спрос составит

$x_1^*=50+427{,}4=477{,}4$ единиц первого товара и

$x_2^*=40+831=871$ единиц второго товара.

Полезность равновесного набора будет равна

$$u(427{,}4;831)=(427{,}4-50)^{\frac{1}{7}}(831-40)^{\frac{1}{6}}\cong 7{,}09.$$

2.Найдём функции спроса, заменяя в формулах спроса $a_1=50, a_2=40$, $\frac{b_1}{b_1+b_2}=\frac{6}{13}$, $\frac{b_2}{b_1+b_2}=\frac{7}{13}$.

$$x_1^*(p_1,p_2,M)=a_1+\frac{\frac{b_1}{b_1+b_2}(M-p_1a_1-p_2a_2)}{p_1}=50+\frac{\frac{6}{13}(M-50p_1-40p_2)}{p_1}=\frac{350}{13}+\frac{6}{13}\cdot\frac{(M-40p_2)}{p_1}$$

$$x_2^*(p_1,p_2,M)=a_2+\frac{\frac{b_2}{b_1+b_2}(M-p_1a_1-p_2a_2)}{p_2}=40+\frac{\frac{7}{13}(M-50p_1-40p_2)}{p_2}=\frac{240}{13}+\frac{7}{13}\cdot\frac{(M-50p_1)}{p_2}$$

Эти формулы определяют спрос на продукцию при любых ценах и доходах.

3. Оценим влияние на спрос изменения дохода обоих товаров. Найдём реакцию спроса на изменение дохода на 1 денежную единицу. Частные производные по доходу $M\left(\frac{\partial x_1^*}{\partial M}, \frac{\partial x_2^*}{\partial M}\right)$ показывают изменение спроса на первый и второй товары соответственно при возрастании дохода на 1 денежную единицу.

Дифференцируя полученные выше функции спроса по М, получаем $\frac{\partial x_1^*}{\partial M} = \frac{6}{13} \cdot \frac{1}{p_1}, \quad \frac{\partial x_2^*}{\partial M} = \frac{7}{13} \cdot \frac{1}{p_2}$.

Вычислим эти частные производные при заданных $p_1 = 5$ и $p_2 = 3$: $\frac{\partial x_1^*}{\partial M} = \frac{6}{13} \cdot \frac{1}{5} = \frac{6}{65}, \quad \frac{\partial x_2^*}{\partial M} = \frac{7}{13} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{39}$.

Так как значения частных производных положительные, то оба товара являются ценными: с ростом дохода на 1 денежную единицу спрос на оба товара растёт: спрос на первый товар увеличивается на $\frac{6}{65}$, а второго - на $\frac{7}{39}$.

При увеличении дохода потребителя на 30 денежных единиц спрос на первый товар увеличится на $\frac{36}{13}$ единиц, а второго на $\frac{70}{13}$ и составит

$$x_1^* = 427{,}4 + \frac{36}{13} = 430{,}17, \quad x_2^* = 831 + \frac{70}{13} = 836{,}38.$$

При уменьшении дохода потребителя на 60 денежных единиц спрос на первый товар снизится на $\frac{72}{13}$ единиц, а спрос на второй товар снизится на $\frac{140}{13}$ единиц и составит соответственно:

$$x_1^* = 427,4 - \frac{72}{13} = 421,86, \quad x_2^* = 831 - \frac{140}{13} = 820,23.$$

Микроэкономика, пример решения задачи
Функция полезности. Функция спроса

Задание.

Для потребителя с функцией полезности $U(x_1, x_2) = x_1^{1/3} \cdot x_2^{1/4}$

1) *найдите функцию спроса на каждый товар;*
2) *найдите точку спроса при доходе* $K = 60$ *и ценах* $P = (2; 4)$.

Решение.

Бюджетное ограничение потребителя представляет собой следующее уравнение:

$M = P_1Q_1 + P_2Q_2$ - Это возможность потребителя купить товар.

P1 – цена первого товара

Q1 – количество первого товара

P2 – количество первого товара

Q2 – количество второго товара

Как известно из условия полезность имеет вид:

$$U(x_{1,} x_2) = x_1^{1/3} \cdot x_2^{1/4}$$

Определим функции спроса:

$$Q_1^D = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} \cdot \frac{M}{P_1} = 0{,}57 \cdot \frac{M}{P_1}$$

$$Q_2^D = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} \cdot \frac{M}{P_2} = 0{,}43 \cdot \frac{M}{P_2}$$

Точка спроса составит

1) $$Q_1^D = 0{,}57 \cdot \frac{M}{P_1} = 0{,}57 \cdot \frac{60}{2} = 17.1$$

2) $$Q_2^D = 0{,}43 \cdot \frac{M}{P_2} = 0{,}43 \cdot \frac{60}{4} = 7.05$$

Микроэкономика, пример решения задачи
Функция полезности. Оптимальный набор благ

Задание.

Решить прямую задачу потребителя (найти оптимальную потребительскую корзину). Дано: Функция полезности потребителя $U=\sqrt{xy}$. Цена блага x равна 15, цена блага y равна 20, доход потребителя равен 300.

Найти: Оптимальный набор благ потребителя (x, y).

Решение.

Первый способ решения:

Необходимые условия экстремума:

1) Бюджетное ограничение $15x+20y\le 300$ в оптимальной точке должно выполняться как равенство.

2) Отношения предельных полезностей благ должны равняться отношениям их рыночных цен $\frac{x}{y}=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 15x+20y=300 \\ \frac{x}{y}=\frac{4}{3} \end{cases}$$

Выражаем из второго уравнения y и подставляем в 1-ое:

$$y=\frac{3}{4}x;\quad 15x+20\cdot\frac{3}{4}x=300;\quad 15x+15x=300;\quad 30x=300;\quad x=10.$$

$$y=\frac{3}{4}x=\frac{3}{4}\cdot 10=7{,}5.$$

Таким образом, оптимальный набор благ составляют 10 и 7,5 единиц.

Второй способ решения:

Задача оптимального программирования имеет вид:

$$U=\sqrt{xy}\to\max$$

$$\begin{cases}15x+20y=300\\ x\ge 0,\quad y\ge 0\end{cases}$$

Для её решения выражаем из бюджетного ограничения $15x+20y=300$ одну переменную через другую: $y=\dfrac{300-15x}{20}=15-0,75x$.

Подставляем в целевую функцию:

$$U=\sqrt{xy}=\sqrt{x(15-0,75x)}=\sqrt{15x-0,75x^2}.$$

Находим производную и приравниваем её к нулю:

$$U'=\frac{1}{2\sqrt{15x-0,75x^2}}\cdot(15-0,75\cdot 2x)=\frac{15-1,5x}{2\sqrt{15x-0,75x^2}}=\frac{1,5(10-x)}{2\sqrt{15x-0,75x^2}}=0.$$

Получаем: $10-x=0;\quad x=10;\quad y=15-0,75x=15-7,5=7,5.$

Таким образом, оптимальный набор благ составляют 10 и 7,5 единиц.

Микроэкономика, пример решения задачи
Предельные полезности благ

Задание.

Предельная полезность первой единицы блага равна 300. При потреблении первых трех единиц блага предельная полезность каждой последующей единицы уменьшается в 2 раза. Предельная полезность каждой последующей единицы блага при дальнейшем потреблении падает в 5 раз.

Найти совокупную полезность 5 единиц блага.

Решение.

Проведём расчёты в таблице:

Предельная полезность MU	Количество единиц блага Q
300	1
150	2
75	3
15	4
3	5

Совокупная полезность – это сумма предельных полезностей.

AU = ∑MU = 300 + 150 + 75 + 15 + 3 = 543